

2^a -Prova de Cálculo I - MAT 0111

Prof. Ivan Chestakov

1. (2 p) Calcule as derivadas das seguintes funções:

$$a) y = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}, \quad b) y = (\ln^2 x)^{\ln(x^2)}, \quad c) y = \sqrt{5}^{\ln(\cos^2 x)}.$$

2. (2,5 p) Calcule os limites:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\ln x}, \quad b) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} (\sin x)^{\frac{1}{\cos x}}, \quad c) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{x}{\ln x} \right).$$

3. (3 p) Esboce o gráfico da função

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{(x-1)^2},$$

determinando os intervalos de crescimento e decrescimento, assíntotas, pontos de extremo e de inflexão.

4. Determinar a, b para que a função

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx, & \text{se } x > 1, \\ 2x + 1, & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$$

seja derivável em ponto $p = 1$.