

Prova Substitutiva de Vetores e Geometria – MAT0112 – BM
1ºsem. 2011 – ProfªFernanda

1. (1,0) Se A , B e C são os vértices de um triângulo equilátero de lado unitário, calcule:

$$S = \vec{AB} \cdot \vec{BC} + \vec{BC} \cdot \vec{CA} + \vec{CA} \cdot \vec{AB}$$

2. (a) (2,0) Suponha que $\mathcal{C} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ é uma base ortonormal do $\mathbb{E}^3$ e que $\mathcal{B} = \{\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3\}$ é outra base do $\mathbb{E}^3$, onde

$$\begin{cases} \vec{f}_1 &= \vec{e}_1 + \vec{e}_2 \\ \vec{f}_2 &= \vec{e}_2 + \vec{e}_3 \\ \vec{f}_3 &= \vec{e}_1 \end{cases}.$$

Calcule as coordenadas do vetor $\vec{v}$ na base $\mathcal{B}$, isto é $[\vec{v}]_{\mathcal{B}}$, sabendo que suas coordenadas na base $\mathcal{C}$ são $[\vec{v}]_{\mathcal{C}} = (3, 5, 7)$.

- (b) (2,0) Exiba uma base ortonormal do $\mathbb{E}^3$, criada a partir da base $\mathcal{B}$, usando o processo de ortonormalização de Gram-Schmidt.

- (c) (1,0) Seja $\Sigma_1 = \{O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$, onde $O = (0, 0, 0)$, um sistema ortogonal de coordenadas do

$\mathbb{E}^3$. Sabendo que $\Sigma_2 = \{O', \vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3\}$, onde $O' = (0, 0, 0)_{\Sigma_1}$ e os vetores são os mesmos do item (a), é outro sistema de coordenadas do $\mathbb{E}^3$, escreva as equações de mudança de coordenadas do sistema Σ_1 para o Σ_2 e obtenha a equação da quádrlica $[x^2 + 2x + y^2 - 3y = 6]_{\Sigma_1}$ no sistema Σ_2 .

3. (a) (2,0) Explique como decidir qual é a posição relativa entre duas retas.

- (b) (2,0) O mesmo, para uma reta e um plano.

Instruções adicionais: *Divida em casos, faça diagramas, desenhos; enfim, faça uso das ferramentas que você julgar necessárias em cada um dos itens, para deixar seu raciocínio claro para quem lê. Não estou pedindo fórmulas; quero ver como você explicaria o procedimento.*