

RESOLUÇÃO PROVA 1 MAT0112

1)

$$b) \vec{FA} = -\vec{AF} = -\frac{\vec{AB}}{4}$$

b) Como $\vec{AB}$ e $\vec{DC}$ têm mesma direção, sentido e comprimento (por serem lados opostos de um paralelogramo), $\vec{AB} = \vec{DC}$.

$$\vec{DE} = \frac{3\vec{DC}}{4} = \frac{3\vec{AB}}{4}$$

$$c) \vec{FE} = \vec{FA} + \vec{AD} + \vec{DE} = -\frac{\vec{AB}}{4} + \vec{AD} + \frac{3\vec{AB}}{4} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{AD}$$

$$d) \{\vec{u} - 3\vec{v}; -2\vec{u} + \vec{v}\} = \{(1 \ -3); (-2 \ 1)\}_{\star} \mid \star = \{\vec{u}, \vec{v}\}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 1 - (-3 \cdot -2) = 1 - 6 = -5 \neq 0 \Rightarrow \{\vec{u} - 3\vec{v}; -2\vec{u} + \vec{v}\} \text{ é l.i.}$$

2)

$$2) \quad \vec{u} \perp (2\vec{v} - \vec{w}) \Rightarrow 2\vec{u} \cdot \vec{v} - \vec{u} \cdot \vec{w} = 0 \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{w} = -2\vec{u} \cdot \vec{v}$$

$$\vec{v} \perp (2\vec{u} - \vec{w}) \Rightarrow 2\vec{v} \cdot \vec{u} - \vec{v} \cdot \vec{w} = 0 \Rightarrow \vec{v} \cdot \vec{w} = -2\vec{v} \cdot \vec{u}$$

$$\vec{w} \cdot (2\vec{u} - 2\vec{v}) = 2\vec{u} \cdot \vec{w} - 2\vec{v} \cdot \vec{w} = 2(-2\vec{u} \cdot \vec{v}) - 2(-\vec{v} \cdot \vec{u}) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{w} \perp (2\vec{u} - 2\vec{v})$$

3)

$$3) \vec{OV} = \vec{OC} - \vec{BC} + \vec{BV}$$

$$\vec{OC} = \vec{AB} + \frac{\vec{AC}}{2} = \frac{\vec{AB} + \vec{BC}}{2}$$

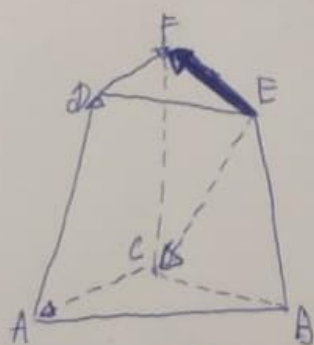
$$\vec{OV} = \frac{\vec{AB} + \vec{BC}}{2} - \vec{BC} + \vec{BV} = \frac{\vec{AB} + \vec{BC} - 2\vec{BC}}{2} + \vec{BV} = \frac{\vec{AB} - \vec{BC}}{2} + \vec{BV}$$

$$\Rightarrow \vec{OV} = \frac{-\vec{BA} - \vec{BC}}{2} + \vec{BV}$$

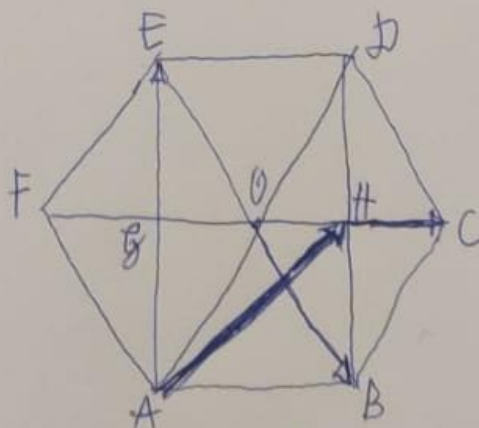
b) $\{\vec{BC}, \vec{DA}\}$ é composto por 2 vetores que são lados paralelos de um quadrado e, logo, possuem direção e comprimento iguais. No entanto os sentidos são opostos $\Rightarrow \vec{BC} = -1 \cdot \vec{DA} \Rightarrow \vec{BC} = \lambda \vec{DA}$ e os vetores não s.d.

c) $\{\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{CV}\}$ são 3 vetores não paralelos entre si que não estão todos representados no plano da base da pirâmide, ou seja, não estão todos no mesmo plano. Por esse motivo $\{\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{CV}\}$ é composto por vetores s.i.

d)



$$\text{Soma} = \vec{EF}$$



$$\text{Soma} = \vec{AH}$$

4)

$$4) a) \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \vec{i}(-6-2) - \vec{j}(2-4) + \vec{k}(1+6) = -8\vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}$$

$$\vec{u} \wedge \vec{v} = (-8, 2, 7)$$

b) i) B é uma base em V^3 se for composto por 3 vetores LI.

$$\begin{vmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -8 & 2 & 7 \end{vmatrix} = 1(7-4) - (-3(14+16)) + 2(4+8) = 3 + 90 + 24 = 117 \neq 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow B$ é composto por vetores LI e
 B é uma Base em V^3

~~c) ii)~~ $\vec{u} = 4\vec{i} - 1\vec{j} - 3\vec{k} + 2\vec{k}$

$$\vec{v} = 2\vec{i} + 1\vec{j} + 2\vec{k} \Rightarrow$$

$$\vec{u} \wedge \vec{v} = -8\vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}$$

$$\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\} = A$$

$$A \xrightarrow{M} B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -8 \\ -3 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$