MODELO 1: prova para os alunos cujo número USP tem dígito final PAR.

MAT0112 - Vetores e Geometria Analítica
Prova 01 - IME - 2021
Profa. Mary Lilian Lourenço

Nome : ____
N$^{\underline{o}}$USP : ____

Justifique devidamente suas respostas!

Toda solução da prova deve usar "linguagem de vetores"

1. (3,0 pontos) No paralelogramo da figura 2a tem-se $\overrightarrow{DE} = \dfrac{3\overrightarrow{DC}}{4}$, $\overrightarrow{AF} = \frac{\overrightarrow{AB}}{4}$. Exprima:

   (a) $\overrightarrow{FA}$ em função de $\overrightarrow{AB}$.

   (b) $\overrightarrow{DE}$ em função de $\overrightarrow{AB}$.

   (c) Some membro a membro as duas relações obtidas para obter a expressão de $\overrightarrow{FE}$ como combinação linear de $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AD}$.

   (d) Considere $\vec{u} = \overrightarrow{DE}$ e $\vec{v} = \overrightarrow{DF}$. Mostre que $\{\vec{u} - 3\vec{v};\ -2\vec{u} + \vec{v}\}$ é linearmente independente.

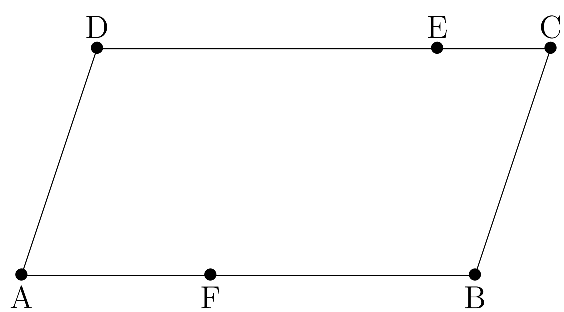


Figura 2 (a)

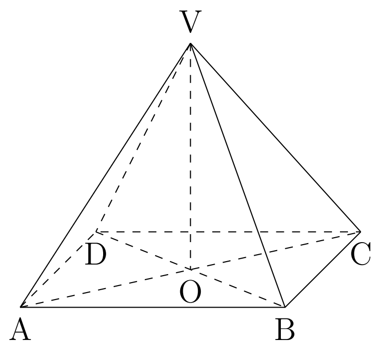
Justifique devidamente suas respostas!

2. (0,5 ponto) Sejam $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ vetores de V^3.

   Prove que se $\vec{u} \perp (2\vec{v} - \vec{w})$ e $\vec{v} \perp (2\vec{u} - \vec{w})$ então $\vec{w} \perp (2\vec{u} - 2\vec{v})$.

Justifique devidamente suas respostas!

3. (3,0 pontos) Na figura representa-se uma pirâmide regular de base quadrada. O é o centro dessa base.

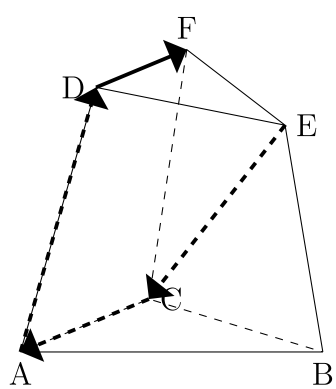


(a) Escreva $\overrightarrow{OV}$ em função de $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$ e $\overrightarrow{BV}$.

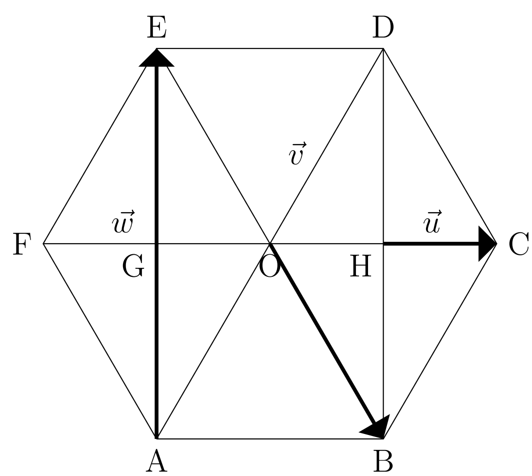
(b) Exiba um conjunto linearmente dependente de 2 vetores com representantes formando os lados da pirâmide.

(c) Exiba um conjunto linearmente independente de 3 vetores com representantes formando os lados da pirâmide.

(d) Represente a soma dos vetores, cujos os representantes estão indicados nas figuras (a) e (b) abaixo.



(a)



(b)

Justifique devidamente suas respostas!

4. (2 pontos) Está fixado uma base ortonormal $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$. Sejam $\vec{u} = (1, -3, 2)$ $\vec{v} = (2, 1, 2)$

   (a) Calcule $\vec{u} \wedge \vec{v}$.

   (b) Considere $\mathcal{B} = \{\vec{u}, \vec{v}, \vec{u} \wedge \vec{v}\}$.

   (i) O conjunto $\mathcal{B}$ é uma base de V^3? Justifique a afirmação.

   (ii) Determine a matriz M mudança de base $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ para base $\mathcal{B}$.