

1ª Prova Álgebra 1
23 de abril de 2020

Nome : _____
NºUSP : _____ período

Q	N
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

1. Celulares e outras ferramentas eletrônicas devem ser desligados;
2. Boa Prova

Eu

declaro que esta prova foi feita sem consulta a nenhum meio eletrônico, e que as únicas consultas foram em livros textos físicos.

23 de abril de 2020

Assinatura:

1ª) Questão: (Valor 2 pt)

Nesta questão você deve apenas dizer se a afirmação é verdadeira ou falsa. Não precisa justificar. Você pode deixar um item sem responder. Cada resposta errada anula uma correta.

1. Sejam a, b, c três inteiros. Se $a \mid bc$ e $a \nmid b$ então $a \mid c$.
2. O resto da divisão de um quadrado perfeito por 3 deve ser 0 ou 1.
3. Um inteiro da forma $6k + 5$ é também da forma $3k + 2$ e vale também a recíproca.
4. O produto de 3 inteiros consecutivos é sempre um múltiplo de 6.
5. Sejam a e b inteiros não nulos. Então, $\text{mdc}(a, b) = \text{mmc}(a, b)$ se e somente se $a = b$.
6. Dados a e b inteiros quaisquer com $b \neq 0$ existe um único par de inteiros q e r tais que $a = bq + r$.
7. O produto de 4 inteiros consecutivos é sempre um múltiplo de 24.
8. Dois números inteiros, a e b , são primos entre si, se e somente se a equação diofantina $xa + yb = c$ tem solução para todo inteiro c .
9. Se um número inteiro a não é primo, então sempre existem inteiros c e d , que não são múltiplos de a tais que $a \nmid c \times d$. A recíproca dessa afirmação também é verdadeira.
10. É falso que existe um inteiro a tal que o conjunto dos números inteiros da forma

$$(2^{542} + 32)X + 359893Y$$

seja exatamente o conjunto dos inteiros múltiplos de a .

2^a) Questão: (Valor 2 pt)

Sejam a, b inteiros primos entre si, prove ou dê contra exemplo para as seguintes afirmações.

1. $a - b$ e ab são primos entre si.
2. Se a é ímpar e b par então $a + b$ e $a - b$ são primos entre si.

3ª) Questão:(Valor 2 pt)

1. Determinar as soluções inteiras para as seguintes equações diofantinas.

(a) $31x + 7y = 2$

(b) $91x - 221y = 1053$

2. Determine as soluções naturais caso existam, das equações diofantinas dadas acima.

4^a) Questão: (Valor 2 pt)

Prove que existem infinitos primos da forma $4n + 3$.

5ª) Questão:(Valor 2 pt)

Dado um número natural $n > 1$, cuja fatoração   $n = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z \dots$.
Encontre uma fórmula, que depende dos expoentes dados e que expresse o número de divisores ímpares de n . Demonstre que sua fórmula está correta.