

Prova Sub de MAT0120, IME-USP

Aluno(a): Larissa Rachel Braga Alves

Início da prova: July 03, 2020, 16:03:50

Instruções:

- Justifique suas afirmações. Respostas sem justificativa não serão consideradas.
- Escreva o nome e matrícula em todas as folhas. A prova pode ser escrita só pela caneta.
- É proibido consultar qualquer material no internet, celular ou colega, mas pode usar seus anotações.
- Ao terminar, por favor mandar o arquivo com resoluções **Larissa Rachel Braga Alves-9773868.pdf** no endereço iusenko@ime.usp.br ou kay.math@gmail.com.

Questões da Prova

Q1) [2,0 pontos]

Resolve o sistema

$$\begin{cases} x \equiv 8 \pmod{2} \\ 6x \equiv 7 \pmod{7} \\ 10x \equiv 6 \pmod{11} \end{cases}$$

Q2) [3,0 pontos]

- a) Encontre o resto da divisão de $66!$ por 71 .
- b) Encontre tres ultimos digitos de 2017^{1601} .
- c) Encontre o resto da divisão de $19^{22} + 23^{18}$ por 437 .

Q3) [3,0 pontos]

a) Mostre que 16 divide

$$5^k - 4k + 15$$

para todo $k \geq 0$.

- b) Mostre que $2^{4n+18} + 16^{n+3}$ divide 13 para todo $n > 0$.
- c) Mostre que:

$$2 \cdot 1 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + \dots + 2 \cdot (3n - 2) = 3n^2 - n.$$

para todo $n \geq 1$.

Q4) [2,0 pontos] Seja φ a função de Euler e seja $n > 1$ um inteiro tal que $\varphi(n) = n - 1$. Mostre que n é primo.

Boa prova!