

1ª Prova - Álgebra 1, Período Diurno, turma 42
Licenciatura em Matemática
11 de abril de 2021

A prova deve ser feita num período máximo de 2h 30 min

Nome : _____
NºUSP : _____

Prof Eduardo do Nascimento Marcos

| Q | N |
|-------|---|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |
| Total | |

Eu

declaro que esta prova foi feita sem consulta a nenhum meio eletrônico, e que as únicas consultas foram em livros textos físicos. Comecei a fazer a prova no seguinte horário, _____ e terminei no seguinte horário, _____.

Boa Prova

1ª) Questão: (Valor 2 pt)

Nesta questão você deve apenas dizer se a afirmação é verdadeira ou falsa. As respostas não precisam ser justificadas. Cada resposta errada anula uma certa. A nota neste item será $\max\{0, 25 \times (\text{resp. corretas} - \text{resp. erradas}), 0\}$

1. Sejam a, b, c três inteiros. Se $a \mid bc$ e $a \nmid b$ então $a \mid c$.
2. Sejam a e b inteiros com $a \neq 0$ existem infinitos pares (q, r) tais que $a = bq + r$.
3. A soma de tres inteiros consecutivos é sempre divisível por 3.
4. Para todo número natural n vale que $2^n < n!$.
5. Todo subconjunto do conjunto dos números inteiros tem um menor elemento.
6. Seja n um número natural. Para mostrar que "Se n não é múltiplo de 2, então n não é múltiplo de 4", basta mostrar que "Se $4 \mid n$, então $2 \mid n$ ".
7. Seja a um número natural. Para mostrar que "Se a é ímpar, então a^2 é ímpar", basta mostrar que "Se a é par, então a^2 é par."
8. Seja a um número natural. Para mostrar que "Ou a é par, ou a é ímpar", basta mostrar que " a é par se, e somente se a é ímpar" é uma afirmação falsa.

2ª) Questão: (Valor 2 pt)

Prove o seguinte resultado: Para todo inteiro n , se $n > 2$ vale que $(1 + \frac{1}{n})^n < n$.

3ª) Questão: (Valor 2 pt)

Demonstre o seguinte resultado: A soma dos quadrados de dois inteiros ímpares não pode ser um quadrado perfeito.

4ª) Questão: (Valor 2 pt)

Seja (a_n) uma sequência de números inteiros tal que.

- $a_1 = 2$
- $a_{n+1} = 3a_n + 2$ para $n \geq 1$

Prove ou dê um contra exemplo para a seguinte afirmação.

$$a_n = 2(3)^{n-1} + 2 \left(\frac{3^{n-1}-1}{2} \right).$$

5ª) Questão: (Valor 2 pt)

Sejam a e b números inteiros.

1. Mostre que se $a + b = a$, então $b = 0$.
2. Mostre que se $a \cdot b = a$, então $a = 0$ ou $b = 1$.
3. Mostre que se $a \cdot a = a$, então $a = 0$ ou $a = 1$.
4. Mostre que se $a + a + a + a = a$, então $a = 0$.