2^a Prova Mat120 - Álgebra 1, Período Diurno.
Licenciatura em Matemática Prof. Eduardo Marcos.
17 de junho de 2021.

Q	N
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

Nome : ____
N^oUSP : ____

Prof Eduardo do Nascimento Marcos

Eu
declaro que esta prova foi feita sem consulta alguma a qualquer coisa ou pessoa. Comecei a fazer a prova no seguinte horário, e terminei no seguinte horário, .

Boa Prova

1^a) Questão: (Valor 2 pt). Nesta questão você deve apenas dizer se a afirmação é verdadeira ou falsa. Não precisa justificar.
A nota será: (0,2x respostas corretas - 0,2 x respostas erradas).

1. Sejam a, b e d números inteiros e $d > 0$, se existem x e y inteiros tais que $xa + yb = d$ então $d = mdc(a, b)$.
2. Dados a e b inteiros quaisquer com $b \neq 0$, existem infinitos q e r tais que $a = bq + r$.
3. Um inteiro da forma $6k + 5$ para algum k é também da forma $3l + 2$, para algum l, e vale a recíproca.
4. O produto de 4 inteiros consecutivos maiores que 3 é sempre um múltiplo de 48.
5. Sejam a e b inteiros não ambos nulos. Então, $\text{mdc}(a, b) = \text{mmc}(a, b)$ se e somente se $a = b$.
6. Sejam a, b e c inteiros maiores que 0. A equação $aX + bY = c$, onde $X, Y \in \mathbb{Z}$ são incógnitas, tem sempre solução para qualquer $c \in \mathbb{Z}$ se e somente se $mdc(a, b) = 1$.
7. Dado $p \in \mathbb{Z}$, sabe-se que $p > 1$ e que para qualquer par de inteiros (a, b) vale que se $p \mid ab$, então $p \mid a$ ou $p \mid b$. Podemos concluir que p é necessariamente primo.
8. Dados $a, b, c \in \mathbb{Z}$, sabe-se que $a^5 = b^5c$. Podemos concluir que $c = d^5$ para algum inteiro d.
9. Dados a e b inteiros, sabe-se que para todo c inteiro, se $a \mid bc$, então $a \mid c$. Podemos concluir que o máximo divisor comum de a e b é um número primo.
10. A seguinte frase é verdadeira.
    Se todo número inteiro é positivo então 2 é positivo e 3 é negativo.

2^a) Questão: (Valor 2 pt)

Sejam a e b inteiros primos entre si prove ou dê contra exemplo para as seguintes afirmações.

1. $a - b$ e ab são primos entre si.

2. Se a é ímpar e b é par, então $a + b$ e $a - b$ são primos entre si.

3^a **) Questão:** (Valor 2 pt) Prove ou dê contra exemplo.

1. Seja $n > 3$ um inteiro. Se $n^2 + 2$ é primo, então n é composto.
2. Para todo inteiro positivo n, temos que $8^n + 1$ não é primo.

4^a) Questão: (Valor 2 pt) Prove ou mostre um contra exemplo:

1. Se a é um inteiro ímpar então $a^2 - 1$ é divisível por 8.
2. Sejam a, b e c inteiros; $mdc(ab, c) = 1$ se e somente se $mdc(a, c) = mdc(b, c) = 1$

5^a) Questão:(Valor 2 pt)

1. Encontre r e s inteiros tais que $252r + 110s = mdc(252, 110)$.
2. Encontre um multiplo de 19 e um multíplo de 32 cuja diferença seja 5.