2ª Prova de Cálculo II - 2011

1. Seja $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{2xy^6}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0) \end{cases}$

(a) f é contínua em $(0,0)$?
(b) f é contínua em $(x,y)\neq(0,0)$?
(c) f é diferenciável em $(0,0)$?
(d) f é diferenciável em $(x,y)\neq(0,0)$?

2. Calcule, caso existam, os limites abaixo

(a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{8x^2y^3+xy^2}{x^2+y^2} + \frac{x\,\text{sen}\,x + y\,\text{sen}\,y}{\sqrt{x^2+y^2}}$.

(b) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3y}{x^6+y^2}$

3. Seja f uma função de classe C^2 em $\mathbb{R}^2$ e considere g dada por
$g(t) = f(3t+1, 4t+1)\cdot(5t+9)$, $\forall t\in\mathbb{R}$.
Sabendo que $\frac{\partial f}{\partial x}(1,1) = \frac{\partial f}{\partial y}(1,1) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(1,1) = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(1,1) = 1$ e $\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(1,1) = 2$. Calcule $g''(0)$.

4. Verificar se o plano tangente ao gráfico da função $f(x,y) = x^2y + x^3y^2 + 2$ no ponto $(1,1,f(1,1))$ é normal ao plano $3x+4y+5z+2011=0$