

Prova P2 - MAT-121 - Cálculo Diferencial e Integral II

Justifique suas afirmações.

- (1) (1,5 pontos) Considere a função

$$f(x, y) = \frac{4x^2 + 2y^2}{x^2 + y^2 + 3}$$

Identifique as curvas de nível 1, 2 e 3 da função f e esboce as três curvas no mesmo sistema de coordenadas.

- (2) (1,5 pontos) Calcule os seguintes limites:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0, y \rightarrow 0} \frac{4xy^3 + x^3y - 7x^2y^2}{2x^4 + 9y^4}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0, y \rightarrow 0} \frac{2x^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0, y \rightarrow 0} \frac{xy^5}{x^2 + 4y^{10}}$

- (3) (2,5 pontos) Considere a função

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3x^2(y-1)}{3x^2 + 2(y-1)^2} + x + 3y + 2 & \text{se } (x, y) \neq (0, 1) \\ 5 & \text{se } (x, y) = (0, 1) \end{cases}$$

Estude a função f quanto à diferenciabilidade.

- (4) (1,0 ponto) Determine o plano tangente ao gráfico da função $f(x, y) = \frac{8}{x^2 + y}$ no ponto $(1, 1, f(1, 1))$.
- (5) (1,5 pontos) Determine o plano tangente ao gráfico da função $f(x, y) = x^2y^3$ que é paralelo ao plano $4x - 6y + 2z + 7 = 0$.
- (6) (2,0 pontos) Seja $\gamma(t) = (t^3 + 2t, 2t - 1, z(t))$ uma curva diferenciável cujo traço está contido no gráfico de uma função diferenciável $z = f(x, y)$.
O plano tangente ao gráfico de f no ponto $(3, 1, f(3, 1))$ tem equação $2x + 8y - 2z - 6 = 0$.
Determine a reta tangente à curva γ no ponto $\gamma(1)$.