Prova Substitutiva de Álgebra Linear MAT-122

Profa. Iryna Kashuba

08/12/2015

1. *(1,5 pontos)* Seja $T : \mathbb{R}^7 \to \mathbb{R}^7$ um operador linear com polinômio característico $p(t) = t(1-t)^2(2-t)^3(t-4)$. Se T é diagonalizavel, achar

$$\dim(Ker(T - Id)) + \dim(Im(T - 2Id)) + \dim(ImT).$$

Justifique.

2. *(1 pontos)* Verifique se $V = \{f \in F(\mathbb{R}) \mid f(e) = f(\pi)\}$ é um espaço vetorial sobre $\mathbb{R}$. Pode usar o fato que

$$F(\mathbb{R}) = \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$$

é um espaço vetorial sobre $\mathbb{R}$ em relação da soma e produto de função por escalar real.

3. *(2,5 pontos)* Sejam T, $S : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ operadores lineares tais que $T(x, y, z) = (x + 2y, y + 2z, 3z)$, para $x, y, z \in \mathbb{R}$ e

$$[S \circ T]_B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 6 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 6 \end{bmatrix},$$

onde $B = \{(1,1,0), (0,1,0), (0,1,1)\}$. Calcule traço de $[S]_B$.

4. *(3 pontos)* Em $P_3(\mathbb{R})$ considere o produto interno

$$\langle p, q\rangle = p(-2)q(-2) + p(0)q(0) + p(1)q(1) + p(2)q(2).$$

Calcule $proj_{P_2(\mathbb{R})}x^3$.

5. *(2 pontos)* Seja $A \in M_{m,n}(\mathbb{R})$. Considere o sistema não-homogêneo $AX = B$ e o sistema homogêneo associado $AX = 0$. Determine se a afirmação é verdadeira ou falsa, justificando sua resposta.

   a) Se $AX = 0$ tem infinitas soluções, então $AX = B$ tem infinitas soluções.

   b) Se $AX = B$ não tem solução, então $AX = 0$ só tem a solução trivial.