Informação

Ao longo de toda a prova, V é um espaço vetorial de dimensão finita com produto interno.

Questão **1**

Completo

Atingiu 5,00 de 5,00

Seja $\{e_1, \ldots, e_n\}$ uma base ortonormal de V. Dado $u \in V$, temos que $u = 0$ se, e somente se, $\langle u, e_i \rangle = 0$ para todo $1 \leq i \leq n$.

Escolha uma opção:

Verdadeiro

Falso

A resposta correta é 'Verdadeiro'.

Questão **2**

Completo

Atingiu 0,00 de 5,00

Se S_1 e S_2 são subespaços de V tais que B_1 é base ortonormal de S_1, B_2 é base ortonormal de S_2 e $V = S_1 \oplus S_2$, então $B_1 \cup B_2$ é base ortonormal de V.

Escolha uma opção:

Verdadeiro

Falso

A resposta correta é 'Falso'.

Questão **3**

Completo

Atingiu 5,00 de 5,00

Se S é um subespaço de V e $T : V \to V$ é dado por $T(u) = proj_S u$, então $V = KerT \oplus ImT$.

Escolha uma opção:

Verdadeiro

Falso

A resposta correta é 'Verdadeiro'.

Questão **4**

Completo

Atingiu 5,00 de 5,00

Se $dim(V) = n$ e $T : V \to V$ é um operador linear com exatamente n autovalores distintos, então T é simétrico.

Escolha uma opção:

Verdadeiro

Falso

A resposta correta é 'Falso'.

Questão **5**

Completo

Atingiu 5,00 de 5,00

Considere o espaço $\mathbb{R}^3$ com o produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear. Sejam $u, v, w \in \mathbb{R}^3$ vetores não nulos tais que $\{v, w\}$ seja linearmente independente. Se $V(2) = [u]$, $V(3) = [v, w]$ e $\langle v, w \rangle \neq 0$, então T não é simétrico.

Escolha uma opção:

Verdadeiro

Falso

A resposta correta é 'Falso'.

Questão **6**

Completo

Atingiu 15,00 de 15,00

Recorde que uma aplica¸ção: $\langle\cdot,\cdot\rangle : V \times V \to \mathbb{R}$ é um produto interno se e somente se valem as seguintes condições:

(P1) $\langle u+v, w\rangle = \langle u, w\rangle + \langle v, w\rangle$ para quaisquer $u, v, w \in V$;

(P2) $\langle \lambda u, v\rangle = \lambda\langle u, v\rangle$ para quaisquer $u, v \in V$, $\lambda \in \mathbb{R}$;

(P3) $\langle u, v\rangle = \langle v, u\rangle$ para quaisquer $u, v \in V$;

(P4) $\langle u, u\rangle > 0$ para qualquer $u \in V$, $u \neq 0$.

Seja $V = \mathbb{R}^2$ e $\langle\cdot,\cdot\rangle$ definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = det\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{pmatrix}$ para quaisquer $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2$.

Assinale a alternativa correta.

Escolha uma opção:

a. $\langle\cdot,\cdot\rangle$ é um produto interno.

b. $\langle\cdot,\cdot\rangle$ satisfaz apenas as condi¸ções (P1), (P2) e (P3).

c. $\langle\cdot,\cdot\rangle$ satisfaz apenas as condi¸ções (P1) e (P2).

d. $\langle\cdot,\cdot\rangle$ satisfaz apenas as condi¸ções (P2) e (P3).

e. $\langle\cdot,\cdot\rangle$ satisfaz apenas as condi¸ções (P1), (P3) e (P4).

Sua resposta está correta.

A resposta correta é: $\langle\cdot,\cdot\rangle$ satisfaz apenas as condi¸ções (P1) e (P2).

Questão **7**

Completo

Atingiu 15,00 de 15,00

Considere o espa¸co vetorial $\mathbb{R}^3$ com o produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ o operador linear simétrico cujos autovalores são -1 e 2 e que satisfaz $Ker(T - 2I) = [(2, 1, 0), (0, 0, 1)]$, em que I denota o operador identidade de $\mathbb{R}^3$. Se $T(3, -1, 2) = (x, y, z)$, então $x + y + z$ é igual a:

Escolha uma opção:

a. 11

b. 9

c. 7

d. -1

e. 4

Sua resposta está correta.

A resposta correta é: 11

Questão **8**

Completo

Atingiu 20,00 de 20,00

Considere o espaço vetorial $P(\mathbb{R})$ com o produto interno

$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt,$

para $p, q \in P(\mathbb{R})$. O polinômio $\alpha t + \beta \in P_1(\mathbb{R})$ mais perto de t^4 é tal que $\alpha + \beta$ vale:

Escolha uma opção:

a. $\frac{1}{5}$

b. $\frac{2}{5}$

c. $\frac{3}{5}$

d. $\frac{4}{5}$

e. 1

Sua resposta está correta.

A resposta correta é: $\frac{3}{5}$

Questão **9**

Completo

Atingiu 10,00 de 25,00

Considere o espaço $\mathbb{R}^3$ com seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ o operador tal que sua matriz em relação à base canônica é

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

(a) Decida se existe uma base ortonormal de $\mathbb{R}^3$ formada por autovetores de T e justifique sua resposta.

(b) Encontre uma base como no item (a), caso exista.