^{a} **Prova Substitutiva de Algebra 1** **Bacharelado Diurno**

Geologia Turma A

24 de junho de 2015

Q	N
1	
2	
3	
4	
5	
6	
Total	

Nome : Eduardo M. Mendonça

N^{o}USP : 8941662

Prof Eduardo do Nascimento Marcos

1. A prova pode ser feita a lápis;
2. Não é permitido o uso de calculadora;
3. Celulares e outras ferramentas eletrônicas devem ser desligados;
4. Boa Prova

Em todas as questões não serão olhados os argumentos, essa prova é tipo teste só a resposta será considerada.

1^{a} Questão: (Valor 3 pt)

Nesta questão cada ítem vale 0,1 pontos, sua nota neste ítem será calculada assim: Seja A= número de respostas certas e B o número de respostas erradas a nota na questão é o $\mathbf{max}\{0.3 \times (A - B), 0\}$. Em particular qualquer ítem não respondido não entra no cálculo da nota.

F 1. Sejam a, b, c três inteiros. Se $a \mid bc$ e $a \nmid b$ então $a \mid b$.

V 2. O resto da divisão de um quadrado perfeito por 3 deve ser 0 ou 1.

F 3. Um inteiro da forma $6k+5$ é também da forma $3k+2$ e vale também a recíproca.

V 4. O produto de 3 inteiros consecutivos é sempre um múltiplo de 3.

V 5. Sejam a e b inteiros não ambos nulos. Então, $\mathbf{mdc}(a,b) = \mathbf{mmc}(a,b)$ se e somente se $|a| = |b|$.

F 6. Se a e b são números inteiros e d é maior que zero e além disso existem x e y inteiros tais que $xa + yb = d$ então $d = \mathbf{mdc}(a,b)$

F 7. O sistema de equações
$x \equiv a\ (b_1)$
$x \equiv c\ (b_2)$
tem solução sempre, que é única módulo $b_1 \times b_2$.

V 8. Sejam a, b dois números inteiros vale a seguinte igualdade de conjuntos.
$\{c \in \mathbb{Z} : c = ax + by,$ para algum par de números inteiros $(x,y)\} = \{c \in Z :$ $\mathbf{mdc}(a,b)$ divide $c\}$

V 9. 107 divide $59^{106} - 1$

F 10. Todo conjunto de números racionais positivos tem um menor elemento.

2^a **Questão** (Valor 2 pt)

Diga quais das seguinte equações tem solução. Você deve depois de fazer as contas dizer quais tem solução. Esta é uma questão do tipo teste. Não serão olhados seus cálculos ou justificativas.

1. $x^2 = -90(\mathbf{mod}\ 1019)$ ✗
2. $x^2 = 44(\mathbf{mod}\ 103)$ ✓
3. $x^2 + 1 = -59(\mathbf{mod}\ 1019)$ ✗
4. $x^2 = 2010(\mathbf{mod}1019)$ ✓

1. $\left(\frac{-90}{1019}\right) = \left(\frac{3^2}{1019}\right)\left(\frac{2}{1019}\right)\left(\frac{5}{1019}\right)\left(\frac{-1}{1019}\right)$

$= 1$

$\rightarrow \left(\frac{2}{1019}\right) = (-1)^{\frac{1019^2-1}{8}}$

$= -1$

$\rightarrow \left(\frac{5}{1019}\right)\left(\frac{1019}{5}\right) = (-1)^{\frac{5-1}{2}} \cdot (-1)^{\frac{1019-1}{2}} = 1 \cdot -1 = -1$

$\frac{5}{1019} = -\left(\frac{1019}{5}\right) = -\left(\frac{4}{5}\right) = -\left(\frac{2^2}{5}\right) = -1$

$\rightarrow \left(\frac{-1}{1019}\right) = (-1)^{\frac{1019-1}{2}} = (-1)^{\frac{1018}{2}} = (-1)^{509} = -1 \quad \therefore 1 \cdot -1 \cdot -1 \cdot -1$

$= -1$

2. $\left(\frac{44}{103}\right) = \left(\frac{2^2}{103}\right)\left(\frac{11}{103}\right)$

1

$\rightarrow \left(\frac{11}{103}\right)\left(\frac{103}{11}\right) = (-1)^{\frac{11-1}{2}} (-1)^{\frac{103-1}{2}} = (-1)^{5} (-1)^{51} \quad -1 \cdot -1 = 1$

$\therefore \left(\frac{11}{103}\right) = \left(\frac{103}{11}\right) = \left(\frac{4}{11}\right) = \left(\frac{2^2}{11}\right) = 1$

$\therefore \left(\frac{11}{103}\right) = 1 \qquad 1 \cdot 1 = 1$

3. $x^2 + 1 \equiv -59\ (1019) \Rightarrow x^2 \equiv -59-1 = -60\ (1019)$

$\left(\frac{-60}{1019}\right) = \left(\frac{-1}{1019}\right)\left(\frac{2^2}{1019}\right)\left(\frac{3}{1019}\right)\left(\frac{5}{1019}\right) = -1 \cdot 1 \cdot -1 \cdot -1$

$= -1$

$\rightarrow \left(\frac{-1}{1019}\right) = (-1)^{\frac{1019-1}{2}} = -1.$

$\rightarrow \left(\frac{3}{1019}\right)\left(\frac{1019}{3}\right) = (-1)^{\frac{3-1}{2}} (-1)^{\frac{1019-1}{2}} = (-1)^1 (-1)^{509} = 1$

3^a **Questão**(Valor 1 pt)

Se a e b são inteiros tais que o $\mathbf{mdc}(a^2b^2, ab^3) = 45$ então b pode ser:

1. 3
2. 5
3. 9
4. 15
5. 45
6. Mais de um dos ítens anteriores são verdadeiros.

385 = 5.7.11

Questão 5 (Valor 1pt)

Considere a equação $5m^2 - 6mn + 7n^2 = 11a$ onde a é um inteiro primo com 385 e a equação $x^2 \equiv 4 \ (\mathbf{mod}\ p^2)$ onde p é um primo diferente de 2. Então:

$x^2 = 4 + p^2 k$

1. A primeira equação tem solução independentemente do valor de a e a segunda tem solução que não pertence ao conjunto $\{2, -2\}$, $em \frac{Z}{pZ}$. F
2. A primeira equação tem solução independentemente do valor de a e o conjunto solução da segunda em $\frac{Z}{pZ}$ é $\{2, -2\}$.
3. A primeira nunca tem solução e o conjunto solução da segunda em $\frac{Z}{pZ}$ é $\{2, -2\}$.
4. A primeira nunca tem solução que não pertence ao conjunto $\{2, -2\}$, $em \frac{Z}{pZ}$. F
5. A primeira tem solução dependendo do valor de a e a segunda tem solução que não pertence ao conjunto $\{2, -2\}$, $em \frac{Z}{pZ}$. F
6. Nenhuma das alternativas anteriores é verdadeira.

Questão 6 (Valor 1pt)

Seja P_1 o conjunto de todos os inteiros primos e P_n o conjunto de todos os primos múltiplos de n. Quais dos seguintes conjuntos tem intersecção não vazia.

1. $P_1 \cap P_{23}$
2. $P_7 \cap P_{21}$
3. $P_{12} \cap P_{20}$ Nenhum
4. $P_{20} \cap P_{24}$
5. $P_5 \cap P_{25}$

Questão 7 (Valor 1pt)

Seja uma sequência de inteiros definida por $a_{n+1} = 2a_n$ para n natural e $a_0 = 3$. Então

$a_0 = 3$, $a_n = 3.2^n$

1. $a_n = 3.n$
2. $a_n = 2^n$
3. $a_n = 2^3 + 3$
4. $a_n = 3$
5. Nenhuma das anteriores é verdadeira

$m(5m - 6n) + 7n^2 = 11$

$mdc(5m, 6n)$

$x^2 \equiv 4 \mod p^2$

$5m^2 - 6mn + 7n^2 = 11a$ $mdc(a, 385) = 1$