

Turma II

1. (2,5 pontos). Dados os vetores $u_1 = (1, 2, 3)$, $u_2 = (1, 1, 0)$, $u_3 = (0, 1, 2)$ e $v_1 = (1, 5, 3)$, $v_2 = (1, 2, 3)$, $v_3 = (0, 2, 0)$, achar um operador linear $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que $F(u_i) = v_i$, $i = 1, 2, 3$. Qual é a matriz do F na base canônica de $\mathbb{R}^3$?

2. (3,0 pontos). Seja $F : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ um operador linear definido por $F(x, y, z, t) = (x+z, y-t, -x-z, t-y)$. Determinar uma base de cada um dos seguintes subespaços do $\mathbb{R}^4$:

$$\text{Ker } F, \text{ Im } F, \text{ Ker } F \cap \text{ Im } F, \text{ Ker } F + \text{ Im } F.$$

3. (2,0 pontos). Seja F o operador linear do $\mathbb{R}^2$ cuja matriz na base $B = \{(3, 1), (2, 1)\}$ é

$$[F]_B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Determinar a matriz de F na base canônica do $\mathbb{R}^2$.

4. (2,5 pontos). Seja F o operador linear do $\mathbb{R}^2$ cuja matriz na base canônica é dada como $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Achar os autovalores e autovetores do F .

b) Determinar uma matriz $M \in M_2(\mathbb{R})$ de maneira que $M^{-1}AM$ seja diagonal.