

2ª Prova de Introdução à Álgebra Linear MAT-134

Profa. Iryna Kashuba

22/10/2015

Turma A

1. (2,0 ponto) Determine se a afirmação é verdadeira ou falsa, justificando sua resposta.

a) Para quaisquer vetores v e u num espaço vetorial com produto interno V

$$\|u\|^2 = \|v\|^2 \iff \langle u+v, u-v \rangle = 0.$$

b) Existe um espaço vetorial real consistindo em exatamente dois vetores distintos.

2. (2,0 pontos) Para cada par de vetores $u = (\overset{1}{x_1}, \overset{1}{x_2})$ e $v = (\overset{2}{y_1}, \overset{4}{y_2})$ de $\mathbb{R}^2$ defina

$$\langle u, v \rangle = 4x_1y_1 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + 3y_2x_2.$$

Prove que $\langle \cdot, \cdot \rangle$ é um produto interno em $\mathbb{R}^2$. Ache todos os vetores da $\mathbb{R}^2$ que são ortogonais ao vetor $(1, 1)$.

3. (2,0 pontos) Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ e subconjunto de $M_2(\mathbb{R})$

$$W = \{A \in M_2(\mathbb{R}) \mid A \text{ comuta com a matriz } \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}\}.$$

Mostre que W é um subespaço de $M_2(\mathbb{R})$. Ache uma base e dimensão de W .

4. (2,0 pontos) Verifique se os dois conjuntos $S_1 = \{\sin^2 t, \cos 2t\}$ e $S_2 = \{1, \cos^2 t\}$ geram o mesmo subespaço do subespaço vetorial $C(\mathbb{R})$ de funções contínuas.

5. (2,0 pontos) Seja $W = [v_1, \dots, v_k]$ um subespaço num espaço vetorial V , tal que o conjunto $\{v_1, \dots, v_k\}$ é linearmente dependente. Mostrar que W pode ser gerado por $k-1$ vetores $W = [u_1, u_2, \dots, u_{k-1}]$.