2^a Prova de Introdução à Álgebra Linear MAT-134

Profa. Iryna Kashuba

22/10/2015

Turma A

1. *(2,0 ponto)* Determine se a afirmação é verdadeira ou falsa, justificando sua resposta.

   a) Para quaisquer vetores v e u num espaço vetorial com produto interno V
   $$\|u\|^2 = \|v\|^2 \iff \langle u+v, u-v\rangle = 0.$$

   b) Existe um espaço vetorial real consistindo em exatamente dois vetores distintos.

2. *(2,0 pontos)* Para cada par de vetores $u = (x_1, x_2)$ e $v = (y_1, y_2)$ de $\mathbb{R}^2$ defina
$$\langle u, v\rangle = 4x_1y_1 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + 3y_2x_2.$$
Prove que $\langle\ ,\ \rangle$ é um produto interno em $\mathbb{R}^2$. Ache todos os vetores da $\mathbb{R}^2$ que são ortogonais ao vetor $(1, 1)$.

3. *(2,0 pontos)* Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ e subconjunto de $M_2(\mathbb{R})$
$$W = \{A \in M_2(\mathbb{R}) \mid A \text{ comuta com a matriz } \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}\}.$$
Mostre que W é um subespaço de $M_2(\mathbb{R})$. Ache uma base e dimensão de W.

4. *(2,0 pontos)* Verifique se os dois conjuntos $S_1 = \{\operatorname{sen}^2 t, \cos 2t\}$ e $S_2 = \{1, \cos^2 t\}$ geram o mesmo subespaço do subespaço vetorial $C(\mathbb{R})$ de funções contínuas.

5. *(2,0 pontos)* Seja $W = [v_1, \ldots, v_k]$ um subespaço num espaço vetorial V, tal que o conjunto $\{v_1, \ldots v_k\}$ é linearmente dependente. Mostrar que W pode ser gerado por $k-1$ vetores $W = [u_1, u_2, \ldots, u_{k-1}]$.