3^a Prova de Introdução à Álgebra Linear MAT-134

Profa. Iryna Kashuba

26/11/2015

Turma B

1. *(2 pontos)* Calcular o projeção ortogonal de vetor $u = (1, -2, 2, 2)$ no subespaço W de $\mathbb{R}^4$ gerado por vetores $(1, 2, 0, 0)$ e $(1, 0, 1, 0)$.

2. *(2,5 pontos)* Seja $G : P_2(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^3$ uma transformação linear tais que

$$[G]_B^C = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 1 & 1+x & x+x^2 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \end{array},$$

onde

$$B = \{(1,1,0), (0,1,0), (0,1,1)\} \quad \text{e} \quad C = \{1, 1+x, x+x^2\}.$$

Determine base de $Ker\, G$. Calcule $G(x^2)$ na base canônica.

3. *(3 pontos)* **Usando autovetores**, calcular A^{101}, sendo

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

4. *(3 pontos)* Determine se a afirmação é verdadeira ou falsa, justificando sua resposta.

   a) Qualquer conjunto linearmente independente de vetores num espaço com produto interno é ortogonal.

   b) Existe uma transformação linear $T : P_3(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$ cuja matriz em relação as bases canônicas é a matriz identidade.

   c) Uma transformação linear $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ com polinômio característico $p_T(\lambda) = t^2(t^2 - 4)$, tal que $\dim Ker(T) = 2$ é diagonalizável.