MAT138 - Álgebra I para Computação - IME - 2011

Prova 3

1. (Valor: 1.5 pontos) Calculando S_n para valores pequenos de n , conjecture uma fórmula para

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}.$$

Prove por indução a sua conjectura.

2. (Valor: 1.5 pontos) Encontre o maior divisor comum d de 10946 e 6765 e encontre também x_0 e y_0 tais que $d = 10946x_0 + 6765y_0$.

3. (Valor: 2.5 pontos) Encontre todas as classes de soluções da equação

$$350x \equiv 550 \pmod{1650}.$$

4. (Valor: 1.5 pontos) Encontre o menor resíduo positivo de 671^{613} módulo 350.

5. (Valor: 2.5 pontos) Considere o sistema

$$x + y + 2z \equiv 0 \pmod{5}$$

$$2x + y + z \equiv 1 \pmod{5}$$

Uma solução desse sistema é uma 3-upla $(\bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0) \in \mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_5$ tal que (x_0, y_0, z_0) satisfaz as duas congruências acima. Encontre todas as soluções do sistema dado.

6. (Valor: 2.0 pontos) Encontre todas as soluções de $x^5 \equiv 1 \pmod{7^2 \cdot 11^2}$