

MAT138 - Álgebra I para Computação - IME - ~~2010~~²⁰¹¹

Simulado

1. Três satélites cruzarão o meridiano de São Paulo hoje: os dois primeiros às 6 horas da tarde e o terceiro à 1 hora da tarde. Os satélites têm períodos diferentes: o primeiro leva 35 horas para completar uma revolução em torno da Terra; o segundo leva 77 horas e o terceiro leva 15 horas. Quantas horas serão necessárias (apartir do meio dia de hoje) para que os três satélites cruzem o meridiano de São Paulo exatamente na mesma hora?

2. Encontre as soluções da equação $x^2 + 42x + 21 \equiv 0 \pmod{105}$.

3. Considere a equação $x^2 \equiv (-1)^{(p+1)/2} \pmod{p}$ (onde p é um primo ímpar). Mostre que

$$x = \left(\frac{p-1}{2}\right)!$$

é uma solução. Deduza daí que se $p \equiv 1 \pmod{4}$ os corpos \mathbb{Z}_p possuem $\sqrt{-1}$.

4. Um aluno observou uma maneira de decidir se 483 é divisível por 7: subtrair o dobro do último dígito dos restantes: $48 - 2 \cdot 3 = 42$ e observar se o resultado é divisível por 7. Se for, o número original também será; se não for, o número original não será. Por exemplo: 10682 é divisível por 7 pois: (1) $1068 - 2 \cdot 2 = 1064$ (2) $106 - 2 \cdot 4 = 98$ (3) $9 - 2 \cdot 8 = -7$

O que você acha desse método? Prove-o ou mostre que ele não funciona!