Prova SUB de Álgebra Linear para Computação

5/12/2013

1. *(2 pontos)* Seja U um espaço afim de dimensão 4. Mostre que existem uma reta e um plano em U não paralelos que não tem pontos comuns.

2. *(2 pontos)* Seja $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ operador linear definido por $F(x, y, z) = (x + y, x + y, 2z + 2y)$. Determinar uma base de cada um dos seguintes subespaços vetoriais: $Ker(F) \cap Im(F)$, $Ker(F) + Im(F)$

3. *(3 pontos)* Seja T o operador linear cuja matriz relativa à base canônica é

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Achar uma base ortogonal de $\mathbb{R}^3$ em relação à qual a matriz de T é diagonal. Achar uma matriz M tal que $M^t AM$ é a matriz diagonal.

4. *(3 pontos)* Seja $V = Mat_{2\times 2}(\mathbb{R})$. Dado um produto interno sobre V $\langle A, B\rangle =$traço$(B^T A)$. Se

$$W = \left[\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\right],$$

determine a matriz de W que está mais próximo de

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$