PROVA 1

NOME:

NÚMERO USP:

Instruções

1. Esta prova contém 4 questões, cada uma delas valendo 2,5 pontos.
2. Justifique todas as suas respostas.
3. Não é permitido o uso de calculadoras.
4. Você tem 100 minutos para terminar a prova.

RASCUNHO

1. Demonstre, por indução finita, que

$$1 + 2\left(\frac{1}{2}\right) + 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cdots + n\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 4 - \frac{n+2}{2^{n-1}},$$

para todo inteiro positivo n .

2. Sejam m e n dois inteiros ímpares. Demonstre as afirmações abaixo.

(a) $m^2 - n^2$ é múltiplo de 8.

(b) $m^2 + n^2$ não é o quadrado de um número inteiro.

3. Determine $x, y \in \mathbb{Z}$ de modo que $72x + 200y$ seja o menor inteiro positivo dessa forma.

4. Sejam a, b, c inteiros não nulos. Demonstre as implicações abaixo.

(a) Se b divide c , então $\text{mdc}(a + c, b) = \text{mdc}(a, b)$.

(b) Se $\text{mdc}(a, c) = 1$, então $\text{mdc}(a, bc) = \text{mdc}(a, b)$.