PROVA 2

NOME:

NÚMERO USP:

Instruções

1. Esta prova contém 4 questões, cada uma delas valendo 2,5 pontos.
2. Justifique todas as suas respostas.
3. Não é permitido o uso de calculadoras.
4. Você tem 100 minutos para terminar a prova.

RASCUNHO

1. Sejam a e b inteiros, com $b \geq 1$. Mostre que existem inteiros x e y tais que

$$\begin{cases} \text{mdc}(x, y) = b \\ xy = a \end{cases}$$

se, somente se, b^2 dividir a .

2. Quantas soluções (x, y) da equação diofantina

$$8x + 12y = 16$$

existem satisfazendo $100 \leq x \leq 150$? Por quê?

3. Sejam $a, b, c, m, n \in \mathbb{Z}$, com $m > 1$ e $n > 1$. Em cada um dos itens abaixo, decida se a afirmação é verdadeira ou falsa e justifique sua resposta, apresentando uma demonstração, caso a afirmação seja verdadeira, ou apresentando um contra-exemplo no caso de ela ser falsa.
- (a) Se $a \equiv b \pmod{m}$ e m divide n , então $a \equiv b \pmod{n}$.
 - (b) Se $a \equiv b \pmod{m}$ e n divide m , então $a \equiv b \pmod{n}$.
 - (c) Se $ac \equiv bc \pmod{m}$ e m não divide c , então $a \equiv b \pmod{m}$.
 - (d) Se $a^2 \equiv b^2 \pmod{m}$, então $a \equiv b \pmod{m}$.

4. Encontre duas soluções não congruentes módulo 120 do sistema $\begin{cases} 2x \equiv 2 \pmod{3} \\ 2x \equiv 4 \pmod{8} \\ 4x \equiv 2 \pmod{5} \end{cases}$