Nº USP:	Nome
---------	------

Exercício 1. (nota máxima 3) Escreva a fórmula de Taylor de $f(x) = \log(1 + \sin x)$ com centro em zero e ordem 3 (com o resto em forma de Peano).

Faça o exercício sem calcular as derivadas de $\log(1 + \sin x)$, mas usando de uma maneira oportuna as fórmulas de Taylor de $\log(1 + x)$ e de $\sin x$. (Quem não lembrar das fórmulas de Taylor de $\log(1 + x)$ e de $\sin x$, pode obviamente obtê-las por meio da abordagem tradicional, ou seja, calculando as derivadas).

Justifique porque o polinômio obtido e o resto constituem de fato a fórmula de Taylor de ordem 3 da f .

Enfim, calcule $f'''(0)$ diretamente da fórmula de Taylor obtida.

Exercício 2. (nota máxima 3) Uma sequência $\{a_n\}$ é chamada *sequência de Cauchy* se para todo ε positivo fixado existe $\bar{n}$ tal que para todo $n, m \geq \bar{n}$ temos $|a_n - a_m| < \varepsilon$. Prove os resultados seguintes:

- (1) *Uma sequência de Cauchy é limitada.*
- (2) *Uma sequência de Cauchy é convergente a um limite finito (use o fato de que uma sequência limitada possui uma subsequência convergente).*
- (3) *Uma sequência convergente a um limite finito é de Cauchy.*

Exercício 3. (nota máxima 3) Estude a convergência das duas séries seguintes:

$$a) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2 + \sin n}{n^3 + n} \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n}{n^2}$$

Exercício 4. (nota máxima 2) Usando oportunamente as propriedades da função logaritmo, prove que a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

é divergente.

JUSTIFIQUE COM ATENÇÃO CADA PASSO DOS EXERCÍCIOS

MAT 206 - MAP 216 - Análise Real - 1º semestre de 2018

Docente: Prof. Dr. Pierluigi Benevieri

Prova P3 - 29.6.2018 – Prova B

Nº USP:	Nome
---------	------

Exercício 1. (nota máxima 3) Escreva a fórmula de Taylor de $f(x) = e^{\sin x}$ com centro em zero e ordem 3 (com o resto em forma de Peano).

Faça o exercício sem calcular as derivadas de $e^{\sin x}$, mas usando de uma maneira oportuna as fórmulas de Taylor de e^x e de $\sin x$. (Quem não lembrar das fórmulas de Taylor de e^x e de $\sin x$, pode obviamente obtê-las por meio da abordagem tradicional, ou seja, calculando as derivadas).

Justifique porque o polinômio obtido e o resto constituem de fato a fórmula de Taylor de ordem 3 da f .

Enfim, calcule $f'''(0)$ diretamente da fórmula de Taylor obtida.

Exercício 2. (nota máxima 3) Uma sequência $\{a_n\}$ é chamada *sequência de Cauchy* se para todo ε positivo fixado existe $\bar{n}$ tal que para todo $n, m \geq \bar{n}$ temos $|a_n - a_m| < \varepsilon$. Prove os resultados seguintes:

- (1) *Uma sequência de Cauchy é limitada.*
- (2) *Uma sequência de Cauchy é convergente a um limite finito (use o fato de que uma sequência limitada possui uma subsequência convergente).*
- (3) *Uma sequência convergente a um limite finito é de Cauchy.*

Exercício 3. (nota máxima 3) Estude a convergência das duas séries seguintes:

$$a) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2 + \cos n}{n^3 + 2n} \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n}{3n^2}$$

Exercício 4. (nota máxima 2) Usando o confronto com uma conveniente função integral, prove que a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

é convergente.

JUSTIFIQUE COM ATENÇÃO CADA PASSO DOS EXERCÍCIOS

MAT 206 - MAP 216 - Análise Real - 1º semestre de 2018

Docente: Prof. Dr. Pierluigi Benevieri

Prova P3 - 29.6.2018 – Prova C

Nº USP:	Nome
---------	------

Exercício 1. (nota máxima 3) Escreva a fórmula de Taylor de $f(x) = \log(1 + \sin x)$ com centro em zero e ordem 3 (com o resto em forma de Peano).

Faça o exercício sem calcular as derivadas de $\log(1 + \sin x)$, mas usando de uma maneira oportuna as fórmulas de Taylor de $\log(1 + x)$ e de $\sin x$. (Quem não lembrar das fórmulas de Taylor de $\log(1 + x)$ e de $\sin x$, pode obviamente obtê-las por meio da abordagem tradicional, ou seja, calculando as derivadas).

Justifique porque o polinômio obtido e o resto constituem de fato a fórmula de Taylor de ordem 3 da f .

Enfim, calcule $f'''(0)$ diretamente da fórmula de Taylor obtida.

Exercício 2. (nota máxima 3) Uma sequência $\{a_n\}$ é chamada *sequência de Cauchy* se para todo ε positivo fixado existe $\bar{n}$ tal que para todo $n, m \geq \bar{n}$ temos $|a_n - a_m| < \varepsilon$. Prove os resultados seguintes:

- (1) *Uma sequência de Cauchy é limitada.*
- (2) *Uma sequência é de Cauchy é convergente a um limite finito (use o fato de que uma sequência limitada possui uma subsequência convergente).*
- (3) *Uma sequência convergente a um limite finito é de Cauchy.*

Exercício 3. (nota máxima 3) Estude a convergência das duas séries seguintes:

$$a) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^3 + \sin n}{n^4 + n} \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \log n}{n^2}$$

Exercício 4. (nota máxima 2) Usando o confronto com uma conveniente função integral, prove que a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$$

é convergente.

JUSTIFIQUE COM ATENÇÃO CADA PASSO DOS EXERCÍCIOS

MAT 206 - MAP 216 - Análise Real - 1º semestre de 2018

Docente: Prof. Dr. Pierluigi Benevieri

Prova P3 - 29.6.2018 – Prova D

Nº USP:	Nome
---------	------

Exercício 1. (nota máxima 3) Escreva a fórmula de Taylor de $f(x) = e^{\sin x}$ com centro em zero e ordem 3 (com o resto em forma de Peano).

Faça o exercício sem calcular as derivadas de $e^{\sin x}$, mas usando de uma maneira oportuna as fórmulas de Taylor de e^x e de $\sin x$. (Quem não lembrar das fórmulas de Taylor de e^x e de $\sin x$, pode obviamente obtê-las por meio da abordagem tradicional, ou seja, calculando as derivadas).

Justifique porque o polinômio obtido e o resto constituem de fato a fórmula de Taylor de ordem 3 da f .

Enfim, calcule $f'''(0)$ diretamente da fórmula de Taylor obtida.

Exercício 2. (nota máxima 3) Uma sequência $\{a_n\}$ é chamada *sequência de Cauchy* se para todo ε positivo fixado existe $\bar{n}$ tal que para todo $n, m \geq \bar{n}$ temos $|a_n - a_m| < \varepsilon$. Prove os resultados seguintes:

- (1) *Uma sequência de Cauchy é limitada.*
- (2) *Uma sequência de Cauchy é convergente a um limite finito (use o fato de que uma sequência limitada possui uma subsequência convergente).*
- (3) *Uma sequência convergente a um limite finito é de Cauchy.*

Exercício 3. (nota máxima 3) Estude a convergência das duas séries seguintes:

$$a) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^4 + \cos n}{n^5 + 2n} \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n}{n^2}$$

Exercício 4. (nota máxima 2) Usando oportunamente as propriedades da função logaritmo, prove que a serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

é divergente.

JUSTIFIQUE COM ATENÇÃO CADA PASSO DOS EXERCÍCIOS