MAT 206 - MAP 216 - Análise Real - 1° semestre de 2018
Docente: Prof. Dr. Pierluigi Benevieri – Prova substitutiva - 6.7.2018 – Prova A

N° USP:	**Nome**

Exercício 1. (nota máxima 3,6) Considere as funções $g(x) = \sqrt{\operatorname{sen} x}$ e $h(x) = \log\left(x - \frac{2}{\sqrt{2}}\right)$. **a.)** Escreva a composição $f(x) = h(2 \cdot g(x))$ e determine o domínio. **b.)** Determine a imagem de f, justificando a resposta. **c.)** Em geral, dada uma função $F : I \to \mathbb{R}$, dê a definição de imagem de F.

Exercício 2. (nota máxima 3,6) Diga em quais pontos a função seguinte $f(x)$ é derivável e calcule a derivada (nos pontos onde existe). Em seguida, determine em quais pontos a função $f'(x)$ é contínua.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

Exercício 3. (nota máxima 3,6) Dê o enunciado do Teorema de Weierstrass para as funções contínuas. Em seguida, use o Teorema de Weierstrass para provar a proposição seguinte: *seja $f : (0,1) \to \mathbb{R}$ uma função contínua tal que*

$$\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 1} f(x) = +\infty.$$

Então, f possui mínimo absoluto.

MAT 206 - MAP 216 - Análise Real - 1° semestre de 2018
Docente: Prof. Dr. Pierluigi Benevieri – Prova substitutiva - 6.7.2018 – Prova B

N° USP:	**Nome**

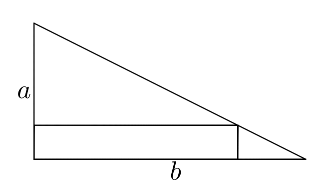
Exercício 1. (nota máxima 3,6) Dê o enunciado do Teorema de Weierstrass para as funções contínuas. Em seguida, use o Teorema de weierstrass para provar a proposição seguinte: *seja $f : (0,1) \to \mathbb{R}$ uma função contínua tal que*

$$\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 1} f(x) = -\infty.$$

Então, f possui máximo absoluto.

Exercício 2. (nota máxima 3,6) Dê o enunciado e a demonstração do Teorema do valor médio (de Lagrange). Em seguida, escolha um resultado que pode ser provado usado o Teorema do valor médio, escrevendo o enunciado e demonstração de tal resultado.

Exercício 3. (nota máxima 3,6) Consideramos a figura ao lado. O triângulo T é retângulo e é fixado, sendo a e b as medidas dos catetos. Chamamos *retângulo inscrito* em T um retângulo cujos lados são paralelos aos catetos de T e que tem um vértice na hipotenusa de T e o vértice oposto no vértice de 90 graus de T. Determine, entre todos os retângulos inscritos em T aquele de área máxima. Diga porque não existe aquele de área mínima.



MAT 206 - MAP 216 - Análise Real - 1° semestre de 2018
Docente: Prof. Dr. Pierluigi Benevieri – Prova substitutiva - 6.7.2018 – Prova C

N° USP:	**Nome**

Exercício 1. (nota máxima 4) Dê o enunciado do Teorema de Weierstrass para as funções contínuas. Em seguida, use o Teorema de Weierstrass para provar a proposição seguinte: *seja* $f : (0,1) \to \mathbb{R}$ *uma função contínua tal que*

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 1} f(x) = -\infty.$$

Então, f possui máximo absoluto.

Exercício 2. (nota máxima 2,8) Calcule os limites seguintes:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2^n}{n!} \qquad \text{e} \qquad \lim_{n\to\infty} \frac{n!}{n^n}$$

Exercício 3. (nota máxima 4) Sejam $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função dada e $\overline{x} \in \mathbb{R}$ um ponto fixado. Prove que f é contínua em $\overline{x}$ se e somente se para toda sequência $\{x_n\}$ convergente a $\overline{x}$ temos $\lim_{n\to\infty} f(x_n) = f(\overline{x})$.