Primeira Prova de Cálculo IV

Turma da Computação - IME-USP
Setembro 2012

A prova é individual. Escreva de forma legível e justifique e/ou prove todas as suas contas, respostas e afirmações de forma clara bascando-se na teoria dada em sala de aula. Não leio rascunho! Enumere as soluções das questões. Você somente poderá sair após uma hora do início da prova. Desligue seu celular e tenha a carterinha USP na mão. Você não precisa de calculadora.

Prof.: Juriaans, S.O.

I. Seja (a_n) a sequencia de Fibonacci e define a sequencia $b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}$.

a) Mostre que $b_n = 1 + \frac{1}{b_{n-1}}$. (0,5 ponto)

b) Mostre que (b_n) converge. (1 ponto)

c) Calcule o seu limite. (0,5 ponto)

II.

1. Determine a convergência ou divergência da série cujo termo geral é dado por $a_1 = 0,5$, $a_{n+1} = \frac{4n-1}{3n+2} a_n$. (1,5 pontos)

2. Encontre o domíno da função $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{(x+1)^n}{n!}$ (1,5 pontos)

III.

1. Calcule a soma da série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$. (1,5 pontos)

2. Decida a convergência ou divergência da série $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n+1}\right)^n$. (1,5 pontos)

IV.

1. Se a série $\sum a_n$ convergir absolutamente o que você pode dizer da série $\sum |a_n|^{\pi}$? Ela converge ou diverge? (1 ponto)

2. A série $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{arctg(n)}{n^2+1}$ converge ou diverge? (1 ponto)

Feliz Teste

IV.

1. Seja $f(x) = \frac{|x|}{x}$ se $x \neq 0$ e $f(0) = 1$ e $F(x)$ a série de Fourier da f. Calcule:
   (a) $F(0)$
   (b) $F(\frac{1}{2})$.

2. Seja $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+2)} x^n$.
   (a) Determine o intervalo de convergência da f.
   (b) Calcule $f'(0)$.

Cada item vale 0,5 (meio) ponto.

Feliz Teste