# MAT 221 - CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL IV

**Primeira Prova** **16/9/2013**

1. [*1.5 pontos*] A seqüência $\{a_n\}$ onde $a_n = \dfrac{2n}{n^3+1}$ é convergente. Calcular $L = \lim_{n\to\infty} a_n$, e para $\epsilon = 0,01$ determinar um inteiro positivo $N$ tal que $|a_n - L| < \epsilon$ para todo $n > N$.

2. [*2 pontos*] A seqüência $\{x_n\}$ e definida recursivamente pela fórmula:

$$x_1 = \sqrt{2}, \qquad x_{n+1} = \sqrt{2 + x_n}.$$

Prove que a seqüência é convergente e calcule seu limite.

3. [*2.5 pontos*] Determinar se as séries convergem absolutamente, condicionalmente ou divergem:

$$\text{(a)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot (2n-1)}{4\cdot 8\cdot 12\cdot \ldots \cdot 4n}, \qquad \text{(b)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln\left(1+\frac{1}{n}\right),$$

$$\text{(c)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^{\frac{3}{2}}}, \qquad \text{(d)} \quad \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n-2)}}, \qquad \text{(e)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{sen} \frac{1}{n^2}.$$

4. ([*2 pontos*]) Provar que são convergentes e determinar sua soma:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2^{n-1}} + \frac{3}{2^n}\right), \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)}.$$

5. [*2 pontos*] Determinar o número de termos suficientes para calcular-se a soma $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n/(3^n+1)$, com erro menor do que $\epsilon = 0,1$.