

Justifique todas as respostas. Se na correção houver indício de cola, haverá prova oral. Não serão aceitos "eu não entendo o que fiz na prova" ou "eu não me lembro o que fiz na prova" na revisão.

Questão 1. (1,5) Faça a) OU b).

- a) Esboce as curvas de nível e o gráfico da função $f(x, y) = \sqrt{x^2 + 4y^2}$.
 b) Seja $g(x, y) = \frac{xy^3}{x^2 + y^4}$ para $(x, y) \neq (0, 0)$ e $g(0, 0) = 0$. Calcule as derivadas direcionais $\frac{\partial g}{\partial \vec{u}}(0, 0)$ e $\frac{\partial g}{\partial \vec{v}}(0, 0)$, onde $\vec{u}$ versor de $(1, -2)$ e $\vec{v}$ versor de $(3, 4)$

Questão 2. (0,5) a) Verifique que $\frac{y}{x^2 + |y|}$ é limitado em $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$.

- b) (1,5) Seja g a função tal que $g(x, y) = \frac{x^2 y}{x^2 + |y|}$ se $(x, y) \neq (0, 0)$ e $g(0, 0) = 0$. A função é diferenciável em $(0, 0)$?

Questão 3. (1,5) Seja $f(x, y)$ a função dada por $f(x, y) = \frac{xy^3}{x^2 + y^2}$ se $(x, y) \neq (0, 0)$ e $f(0, 0) = 0$.

Faça a) OU b)

- a) Calcule $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0, 0)$ e $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0, 0)$;
 b) Verifique se $\frac{\partial f}{\partial y}$ é uma função contínua em $(0, 0)$.

Questão 4. (2,0) Seja $\vec{w} = \frac{(1, -1)}{\|(1, -1)\|}$ e s tal que $s(x, y) = x^3 + y$ para todo $x, y \in \mathbb{R}$.

- a) Calcule $\frac{\partial s}{\partial \vec{w}}(2, 1)$.
 b) Dada uma curva diferenciável γ de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}^2$ tal que $\gamma(1) = (1, 3)$ e $\gamma'(1) = (2, 3)$, use a regra da cadeia para encontrar $(s \circ \gamma)'(1)$.
sol: $(s \circ \gamma)'(1) = \nabla s(\gamma(1)) \cdot \gamma'(1) = \nabla s(1, 3) \cdot (2, 3) = (3, 1) \cdot (2, 3) = 6 + 3 = 9$

Questão 5. (2,0) Seja $f(x, y) = \frac{x^2 y}{x + y}$ no seu domínio natural.

Encontre o plano tangente e a reta normal ao gráfico da função f no ponto $(1, 2, f(1, 2))$.

Questão 6. Faça a) OU b)

- a) (1,5) Encontre o plano tangente à superfície de nível seja $\frac{x}{yz} + xz^2 + y^3 = 14$ no ponto $(4, 2, 1)$. O ponto $(2, 1, 2)$ pertence ao plano tangente?

- b) (2,0) Calcule $\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} \frac{x^2 y^6}{x + y}$.