

2ª Prova de MAT-231- Álgebra II para Licenciatura T48 - 17/06/2021

Nome e NUSP: _____

Questão 1 (3.0) Sejam $I_1 = (t^3 - 1)\mathbb{Q}[t]$ e $I_2 = (t^3 - 2)\mathbb{Q}[t]$ dois ideais de $\mathbb{Q}[t]$ e considere os anéis quocientes $A_1 = \frac{\mathbb{Q}[t]}{I_1}$ e $A_2 = \frac{\mathbb{Q}[t]}{I_2}$.

- (a) Descreva os elementos de A_1 e A_2 (justifique sua resposta).
- (b) Mostre que A_1 tem divisores de zero enquanto que A_2 não tem divisores de zero.
- (c) Exiba um elemento invertível em A_1 .

2ª Prova de MAT-231- Álgebra II para Licenciatura T48 - 17/06/2021

Nome e NUSP: _____

Questão 2 (2.5) Seja A um anel. Dizemos que um elemento não nulo $x \in A$ é **nilpotente de ordem 2** se $x^2 = 0$.

- (a) Mostre que se A for um domínio de integridade, então A não possui elementos nilpotentes de ordem 2.
- (b) Mostre que $M_3(\mathbb{Q})$ tem elementos nilpotentes de ordem 2.
- (c) Suponha que A tenha unidade e seja $x \in A$ um elemento nilpotente de ordem 2. Mostre que $1 - x$ é invertível.

2ª Prova de MAT-231- Álgebra II para Licenciatura T48 - 17/06/2021

Nome e NUSP: _____

Questão 3 (2.5) Considere o anel $A = \mathcal{C}[-1, 1] = \{f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R} \text{ contínua} \}$ com as operações usuais de adição e multiplicação de funções.

- (a) Mostre que A possui divisores de zero.
- (b) Mostre que $I = \{f \in A: f(-1) = f(1)\}$ é um subanel de A . Tal conjunto é um ideal de A ?

2ª Prova de MAT-231- Álgebra II para Licenciatura T48 - 17/06/2021

Nome e NUSP: _____

Questão 4 (2.0) Encontre todos os subanéis de \mathbb{Z}_{21} . Quais deles são ideais? Justifique sua resposta.