

3ª Prova de MAT-231- Álgebra II para Licenciatura T48 - 19/07/2021

Nome e NUSP: _____

Questão 1 (3.0) Sejam $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow C$ dois homomorfismos de anéis.

- (a) Mostre que a composta $g \circ f: A \rightarrow C$ é um homomorfismo de anéis.
- (b) Mostre que se $g \circ f$ for sobrejetor, então g é sobrejetor.
- (c) Exiba homomorfismos f e g tais que f não seja sobrejetor, g não seja injetor mas que $g \circ f$ seja um isomorfismo.

3ª Prova de MAT-231- Álgebra II para Licenciatura T48 - 19/07/2021

Nome e NUSP: _____

Questão 2 (2.0) Seja $f: A \rightarrow B$ um homomorfismo de anéis onde A é um corpo. Mostre que f ou é nulo ou um homomorfismo injetor.

3ª Prova de MAT-231- Álgebra II para Licenciatura T48 - 19/07/2021

Nome e NUSP: _____

Questão 3 (2.5) Considere as seguintes funções:

$$\begin{array}{ccc} f: \mathbb{C} & \longrightarrow & \mathbb{C} \\ a + bi & \mapsto & a - bi \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} g: \mathbb{Q}[\sqrt{2}] & \longrightarrow & \mathbb{Q}[\sqrt{3}] \\ a + b\sqrt{2} & \mapsto & a + b\sqrt{3} \end{array}$$

(onde $\mathbb{Q}[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} : a, b \in \mathbb{Q}\}$ e $\mathbb{Q}[\sqrt{3}] = \{a + b\sqrt{3} : a, b \in \mathbb{Q}\}$).

- (a) Decida se f e g são homomorfismos de anéis (justifique sua resposta).
- (b) Para a(s) função(ões) acima que for(em) homomorfismo(s), descreva o seu núcleo e a sua imagem.

3ª Prova de MAT-231- Álgebra II para Licenciatura T48 - 19/07/2021

Nome e NUSP: _____

Questão 4 (2.5) Encontre os polinômios minimais dos elementos (justifique sua resposta):

(a) $\sqrt[3]{27}$;

(b) $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$;

(c) $1 + 2i$.