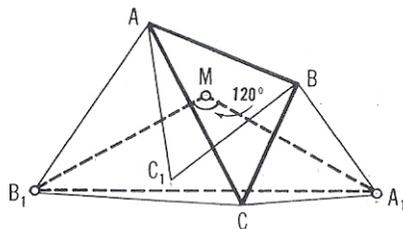


Segunda Prova de Geometria III - MAT0310
Professora Barbara Valério
16/07/2020

- A entrega da prova deve ocorrer até sábado, dia 18/07/2020 às 23h59.
- Vocês devem postar a resolução da prova no Moodle.
- Deve ser encaminhado **um único** arquivo com todas as questões.
- A resolução da prova não pode ser digitada, deve ser resolvida de “próprio punho”. Para garantir a qualidade da imagem, a prova deve ser resolvida a caneta.
- Todas as resoluções devem ser justificadas. Afirmações sem justificativas não receberão pontuação completa.

QUESTÕES

1. Sobre os lados de um triângulo qualquer ΔABC são construídos externamente, triângulos isósceles ΔBCA_1 , ΔACB_1 e ΔABC_1 com ângulos nos vértices A_1 , B_1 e C_1 dados respectivamente por α , β e γ . Prove que se $\alpha + \beta + \gamma = 360^\circ$, então a medida dos ângulos do $\Delta A_1B_1C_1$ são $\frac{1}{2}\alpha$, $\frac{1}{2}\beta$ e $\frac{1}{2}\gamma$.
2. Sejam ΔABC um triângulo qualquer e ΔBCA_1 , ΔACB_1 e ΔABC_1 triângulos equiláteros construídos sobre os lados do triângulo ΔABC tal que os vértices A_1 e A são opostos em relação ao segmento \overline{BC} , B_1 e B são opostos em relação ao segmento \overline{AC} e C_1 e C estão no mesmo lado de \overline{AB} . Seja ainda, M o centro do triângulo ΔABC_1 .
 - (a) Mostre que o ponto B é ponto fixo da aplicação $R_{M, \frac{4\pi}{3}} \circ R_{B_1, \frac{\pi}{3}} \circ R_{A_1, \frac{\pi}{3}}$.
 - (b) Verifique que $R_{B_1, \frac{\pi}{3}} \circ R_{A_1, \frac{\pi}{3}} = R_{M, \frac{2\pi}{3}}$. Justifique a sua resposta.
 - (c) Conclua que o triângulo ΔA_1B_1M é isósceles com ângulo de $\frac{2\pi}{3}$ no vértice M .



3. Seja $\square ABCD$ um quadrilátero convexo qualquer. Sobre os lados deste quadrilátero, foram construídos triângulos equiláteros $\triangle ABM_1$, $\triangle BCM_2$, $\triangle CDM_3$ e $\triangle DAM_4$, tal que o primeiro e o terceiro deles são exteriores ao quadrilátero, enquanto o segundo e o quarto não. Prove que o quadrilátero $\square M_1M_2M_3M_4$ é um paralelogramo.

