

2ª Prova de Topologia Geral

MAT 317

15/6/2015

- 1) Mostre que se (X, τ) e (Y, τ') são espaços topológicos localmente conexos, então o espaço topológico produto deles também é localmente conexo.
- 2) Seja (X, τ) um espaço topológico compacto e T_2 , b um ponto de X e $(V_n)_{n \geq 0}$ uma sequência de abertos tais que $\overline{V_{n+1}} \subset V_n$, $V_n \neq \emptyset$ e $\bigcap_{n \geq 0} V_n = \{b\}$. Mostre que $\{V_n \mid n \geq 0\}$ é sistema fundamental de vizinhanças de b .
- 3) Mostre que não existe uma métrica compatível em $\mathbb{Q}$ (visto como subespaço de $\mathbb{R}$) tal que $\mathbb{Q}$, com essa métrica, seja completo.
- 4) Sejam I um conjunto não vazio e para cada $i \in I$, (X_i, τ_i) um espaço topológico ($X_i \neq \emptyset$). Mostre que se (Y, τ') é um espaço topológico ($Y \neq \emptyset$) e $f: Y \rightarrow \prod_{i \in I} X_i$ é contínua, então f é contínua, tal que $\text{pr}_i \circ f: Y \rightarrow X_i$, para todo $i \in I$, ~~então~~, então f é contínua.

pr_i é a projeção de índice i .