Prova de MAT0334 - Análise Funcional
Prova 02 - 02 de julho 2020
Profa. Mary Lilian Lourenço

JUSTIFIQUE DEVIDAMENTE SUAS RESPOSTAS!

PROVA VALE 9 pontos

1ª Questão (1,5 pontos) Sejam E um espaço normado e M um subconjunto de E não vazio. Chamamos de *anulador* de M ao conjunto definido por:

$$M^{\perp} = \{\varphi \in E^{'} : \varphi(x) = 0 \quad \text{para todo} \ \ x \in M\}.$$

Sejam F e G subespaços fechados e distintos do espaço normado E. Mostre que $G^{\perp} \neq F^{\perp}$.

$2^{\underline{a}}$ Questão: (2 pontos) (**Definição:** Um espaço de Banach E é Schur se cada sequência fracamente convergente converge em norma.

a) Sejam E e F espaços de Banach isomorfos. Se E é um espaço de Schur, mostre que F é um espaço de Schur.

b) Um espaço de Banach reflexivo Y é um espaço de Schur $\Longleftrightarrow$ a dimensão de Y é finita.

3ª Questão: (1,5 pontos) Sejam E um espaço normado, $F \subset E$ um subespaço e $f : F \to \mathbb{K}$ linear contínua. Suponhamos que f admite duas extensões distintas de Hahn Banach $g, h : E \to \mathbb{K}$. Mostre que existe uma infinidade de extensões distintas de Hahn Banach de f.

$4^{\underline{a}}$ Questão: (2 pontos) Seja $(e_n)_{n\in N}$ a sequência dada pela base de Schauder de l_1.

a) Mostre que $(e_n)_{n\in N}$ converge $w^* = (\sigma(l_1, c_0))$ a zero.

b) Seja $T : c_0' \to c_0'$ dada por $T(x) = (\sum_{i=1}^{\infty} \xi_i, \xi_2, \xi_3, ...)$ com $x = (\xi_i) \in l_1$. Mostre que $T(e_n)$ não converge $w^* = \sigma(l_1, c_0)$ a 0.

c) A afirmação: Todo operador norma-norma contínuo é w^*-w^*-contínuo, é verdadeira? **Justifique!**

5ª Questão (2 pontos) Sejam E e F espaços normados sobre $\mathbb{K}$.Se $\mathcal{L}(E,F)$, munido da norma $\|T\| = \sup_{\|x\|=1} \|T(x)\|$, é um espaço de Banach sobre $\mathbb{K}$, mostre que F é um espaço de Banach.