3 prova de História da Matemática 1, Mat 0341

8 de dezembro de 2020

Licenciatura em Matemática

Prof. Eduardo do Nascimento Marcos

Nome Número USP

OBS: Justifique, com detalhes, as suas afirmações.

Capriche na redação

hbox

1. Questão. (valor $2pt$)

   Algumas formas rudimentares de solução da equação do segundo grau, eram conhecidas há muito tempo, no entanto a solução por meio de radicais, isto é usando apenas multiplicações, somas, divisões e radiciações, das equações do terceiro e quarto grau, só apareceram na renascença com Cardano e Tartaglia. Exiba um método para resolver as equações de terceiro e quarto grau, sobre os complexos, usando somente as operações aritméticas acima.

2. Questão; (valor 2pt) Os babilônicos usavam a base 60. Existe apenas uma tábua dos babilônicos que apresenta o inverso de um número que não tem representação finita.

   Por exemplo na base 10 temos $1/3 = 0,\underline{3}, 1/6 = 0,1\underline{6}$ isto é não tem representação finita, já $1/4 = 0,25, 1/5 = 0,2$ claro que $1/20 = 0,25 \times 0,2$ tem representação finita, sem dizimas periódicas.

   (a) Seja n um número natural maior que zero, mostre que se os únicos divisores primos de n são possivelmente $2, 3$ e 5 então $1/n$ tem representação finita na base 60.

   (b) Mostre que se n tem um divisor primo que não está no conjunto $\{2, 3, 5\}$ então $1/n$ não tem representação finita na base 60.

   (c) Enuncie qual seria o resultado para uma base b qualquer. (Este subítem só será considerado se você fez os anteriores).

3. Questão; (valor 2pt)

   (a) Dados seguimentos a, b, descreva como construir com régua e compasso os seguintes números:

      i. ab

      ii. a/b

      iii. $a + b$

      iv. $a - b$hbox

   (b) Mostre que o conjunto dos números que podem ser obtidos usando origame é fechado para multiplicação, divisão, somas e diferenças, em outras palavras é um corpo.

4. Questão, (valor 2pt)

   Fibonacci entre outras coisa foi quem introduziu a sequência de Fibonacci. O seguinte problema dá origem à sequência de Fibonacci. Numa certa fazenda se coloca um casal de coelhos recém nascidos. A cada mês cada casal produz um outro casal que se torna procriador em dois meses. A sequência de Fibonacci é a sequência f_n que diz quantos casais existem em cada mês. Mostre os seguintes resultados.

   (a) $f_{n+1}f_{n-1} = f_n^2 + (-1)^n$ para todo $n \geq 2$

   (b) $f_n = [(1+\sqrt{5})^n - (1-\sqrt{5})^n]\frac{\sqrt{(5)}}{2^n}$

   (c) $\lim_{n\to\infty}(f_n/f_{n-1})$ é o número áureo.

   (d) Mostre que f_n e f_{n-1} são primos entre si.

5. Questão: (2 pt)

   Um número da forma $\sqrt{n}$ onde n número natural que não é o quadrado de outro natural, é chamado, desde muito tempo um irracional quadrático.

   (a) Mostre que se $a + \sqrt{b} = c + \sqrt{d}$ onde b e d são naturais que não são quadrados de outros inteiros, e a e c são racionais então $a = c$ e $b = d$.

   (b) Os indús resolveram há muito tempo atrás a solução da equação diofantina $ax + by = c$, onde a, b e c são inteiros. Mostre que se essa equação tem solução então o $mdc(a, b)$ divide c.

   (c) Assuma que (x_1, y_1) é uma solução da equação diofantina acima, onde $ab \neq 0$, mostre que a solução geral é dada por $x = x_1 + tb$, $y = y_1 - ta$, onde t percorre os números inteiros.