

Prova II B

Nome : **Questão 1**

- a) Prove, usando indução finita, que a sentença abaixo é verdadeira:

Para todo natural n , vale a igualdade $1 + \overset{3^1}{3^2} + 3^3 + \dots + 3^n = \frac{3^{n+1} - 1}{2}$.

- b) Escreva a negação da sentença enunciada em a).

Questão 2

- a) Determine a equação do lugar geométrico dos pontos equidistantes do ponto $F = (2, -1)$ e da reta de equação $y = 3$. Faça um esboço desse lugar geométrico.
- b) Use o processo de completar o quadrado para determinar o foco e a diretriz da parábola de equação $y = 2x^2 + 3x - 2$.

Questão 3

Definição: Um quadrilátero convexo se diz um paralelogramo se possuir lados opostos paralelos.

- a) Prove a implicação: Se um quadrilátero convexo tem os lados opostos iguais então é um paralelogramo.
- b) Enuncie e prove a recíproca da implicação acima.

Questão 4

Prove, por indução finita, que $10^n - 9n - 1$ é um múltiplo de 81 para qualquer n natural.

81