MAT 1514 – MEB – A Matemática na Educação Básica
Segundo Semestre de 2020 – Profa. Daniela
Licenciatura Noturno

Primeira Prova – 30/09/2020 – Tipo A
N. USP Final 0 ou 1

Em todas as questões, justifique sua resposta!

Questão 1) (2,5)
(a) Se a e b são números **racionais**, e se x é um número **irracional**, mostre que $a + bx$ é um número **irracional**.
(b) Mostre que se x^2 é um número irracional, então x é um número irracional.
(c) Mostre que $\sqrt{6}$ é um número irracional.
(d) Mostre que $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ é um número irracional.

Questão 2) (2,0) Encontre a fração geratriz dos seguintes números, que estão escritos em escrita representativa fracionária na base 60.

(a) $5\,;52\,,30$ (representação sexagesimal finita)
(b) $5\,;15\,,12\,,15\,,12\,,15\,,12\,,\ldots\ =\ 5;\ \overline{15\,,12}$ (representação sexagesimal infinita)

$$a\,;a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n\,, \ldots = a + \frac{a_1}{60} + \frac{a_2}{60^2} + \frac{a_3}{60^3} + \cdots = a + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{60^n}$$

Questão 3) (1,5)
Determine como escrever $\frac{1}{n}$ como soma de duas frações unitárias, sendo $\frac{1}{n+1}$ uma delas. Se *n* é ímpar, mostre que é possível escrever $\frac{2}{n}$ como soma de duas frações unitárias. Muitos dos registros do Papiro de Rhind podem ser obtidos desta maneira. Escreva $\frac{2}{97}$ como soma de duas frações unitárias.

Questão 4) (2,0)
(a) Descobriu-se uma tábua babilônica que dá os valores de $n^3 + n^2$ para n de 1 a 30. Construa uma tabela dessa para n de 1 a 10.
(b) Um problema babilônico cuja data aproximada é 1800 a.C. parece pedir a solução do sistema de equações $xyz + xy = \frac{7}{6}$, $y = \frac{2x}{3}$, $z = 12x$.

Resolva esse sistema usando a tábua obtida em (a).

Questão 5) (1,0) Considere dois tambores de capacidade suficientemente grande, um deles vazio e outro cheio de líquido.
(a) Determine se é possível colocar exatamente um litro de líquido do tambor cheio para o tambor vazio, usando dois baldes, um com capacidade de 5 litros, e outro com capacidade de 7 litros.
(b) Determine se é possível colocar exatamente um litro de líquido de um dos tambores para o outro, usando dois baldes, um com capacidade de $2-\sqrt{2}$ litros, e outro com capacidade de $\sqrt{2}$ litros.

Questão 6) (1,0) Considere as estimativas envolvendo o número π^2:

$$\pi > 3 \Rightarrow \pi^2 > 9.$$
$$\pi < 3{,}15 \;\Rightarrow\; \pi^2 < (3{,}15)^2 = 9{,}225 \;\Rightarrow \pi^2 < 10.$$

Como $9 < \pi^2 < 10$, concluímos que π^2 não é um número inteiro.

Se n é um inteiro positivo, mostre que $\sqrt{n^2+n}$ não é um número inteiro.

Questão Extra) (0,5) Forneça explicações para as seguintes "palavras-número" primitivas.
(a) Na Nova Guiné britânica, o número 99 se exprime como "quatro homens mortos, duas mãos até o fim, um pé completo e quatro".
(b) A tribo Mandingo da África Ocidental usa a palavra *kokonto* para 9. Essa palavra significa literalmente "para alguém que está no ventre".