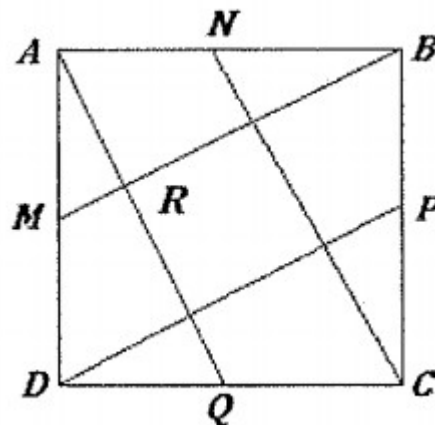


Prova Substitutiva – 16/12/2020

1) (2,0) No quadrado $ABCD$ da figura ao lado, os pontos M , N , P e Q são os pontos médios dos respectivos lados. Os quatro segmentos AQ , BM , CN e DP determinam um quadrado. Sendo x o valor da área do triângulo AMR , prove que a área do quadrado $ABCD$ é $20x$.



2) (2,0) Em um sistema de numeração de base 12, use os símbolos

$0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,d,o,$

sendo d o símbolo que representa *dez* e o o símbolo para *onze*.

(a) (1,0) Represente o número $(31d3)_{12}$ na base 10.

(b) (1,0) Represente o número 6582 na base 12.

3) (2,0) Seis amigos, entre eles Alice e Bernardo, vão jantar em uma mesa triangular, cujos lados têm 2, 3 e 4 lugares.

(a) (1,0) De quantas maneiras esses amigos podem sentar-se à mesa?

(b) (1,0) De quantas maneiras esses amigos podem sentar-se à mesa, de modo que Alice e Bernardo fiquem juntos e em um mesmo lado da mesa?

4) (2,0) Um bloco cilíndrico de volume V deforma-se quando submetido a uma tração T , conforme indicado esquematicamente na figura. O bloco deformado, ainda cilíndrico, está indicado por linhas tracejadas. Neste processo, a área da seção reta diminui de 10%, e o comprimento aumenta de 20%. Determine, em função de V , o volume do bloco deformado.



5) (2,0) O *Sumário Eudemiano* dá conta que, à época de Pitágoras, havia três médias: a *aritmética*, a *geométrica* e a *subcontrária* (ou *harmônica*). Definem-se essas três médias

para dois números positivos a e b como sendo:

$$A = \frac{a+b}{2} \quad , \quad G = \sqrt{ab} \quad \text{e} \quad H = \frac{2ab}{a+b} \quad .$$

(a) (1,0) Mostre que $A \geq G \geq H$, valendo a igualdade se, e somente se, $a=b$.

(b) (1,0) Prove que não existe um terno pitagórico no qual um dos inteiros é a média geométrica dos outros dois.