1ª Prova de MAT2351 - Cálculo para Funções de Várias Variáveis I
Licenciatura Matemática T42 - Diurno
1º semestre de 2021 - 27/05/2021
Prof. Wilson Cuellar

Instruções gerais Prova 1

1. **Início: 27/05/2021 às 08:00**
2. **Término: 30/05/2021 às 23:00**

   Não serão consideradas provas entregues fora deste período de tempo!
3. A solução da prova deverá ser feita a lápis ou caneta, escaneada e enviada em um único arquivo em formato **PDF** no intervalo de tempo especificado acima.
4. A legibilidade do conteúdo e integridade do arquivo são de responsabilidade do aluno. Arquivos corrompidos ou ilegíveis não poderão ser substituídos após o envio, sendo atribuída nota 0 (zero) à questão nestes casos
5. Todas as afirmações e cálculos realizados na prova devem ser devidamente justificados. **Não omita nenhuma passagem na sua resolução.**
6. Para esta prova é permitido o uso de calculadoras gráficas, dispositivos portáteis, etc., para conferir seus resultados. Também é permitida a consulta a qualquer material escrito (como cadernos ou livros), desde que estes tenham sido produzidos antes do início da prova.
7. É vedada qualquer comunicação, através de qualquer meio, sobre a prova ou seu conteúdo durante o período compreendido pelos itens 1 e 2 acima.
8. A entrega da prova atesta que o aluno está ciente de todas as instruções aqui indicadas e as cumpriu plenamente. Caso seja constatado o não cumprimento de algum dos itens acima, os alunos envolvidos receberão média final 0 nesta disciplina e o caso encaminhado às comissões de graduação do IME ou IF e de ética da USP.

Justifique todas suas afirmações!

Problema 1. Considere a curva $\gamma(t) = \left(\operatorname{sen}(t), \dfrac{\cos(t)}{2 + \operatorname{sen}(t)}\right)$, $t \in [0, 2\pi]$.

1. Encontre as interseções de γ com os eixos.
2. Determine $\gamma'(t)$ para todo $t \in \mathbb{R}$. Ache os pontos da curva nos quais a tangente é horizontal ou vertical.
3. Calcule o comprimento de curva $\psi(t) = (\cos^2(t), \operatorname{sen}^2(t))$, $t \in [0, \pi/2]$.

Problema 2.

1. Determine as equações cartesianas das curvas abaixo dadas em coordenadas polares e faça um esboço. Determine se cada curva é simétrica em relação eixo polar ou ao eixo y.

   $\mathcal{C}_1 : r = 2\sqrt{3}\operatorname{sen}\theta$

   $\mathcal{C}_2 : r = 2\cos\theta$
2. Encontre a área da região obtida pela interseção dos interiores das curvas $\mathcal{C}_1$ e $\mathcal{C}_2$.

Problema 3. Considere a função $f(x, y) = \dfrac{xy}{x^2 + y^2}$

1. Determine o domínio de f.
2. Determine e esboce as curvas de nível $1/2$ e $1/4$ de f.
3. Existe $a \in \mathbb{R}$ para que a seguinte função seja contínua em $(0, 0)$?

$$g(x, y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ a & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Problema 4. Em cada caso abaixo calcule o limite se existir, ou mostre que o limite não existe.

1. $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\operatorname{sen}(x^2) - \operatorname{sen}(y^2)}{x^2 + y^2}$
2. $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2}$

Problema 5. Determine se as seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas. Justifique sua resposta.

1. A imagem da curva $\gamma(t) = (3\operatorname{sen}^2 t, \cos(2t))$, $t \in \mathbb{R}$, é uma reta.
2. Seja $f(x, y)$ uma função com domínio $\mathbb{R}^2$ e sejam $k_1 \neq k_2$ dois valores na imagem de f. Então as curvas de nível k_1 e k_2 de f tem interseção vazia.
3. Se γ é uma curva derivável tal que $\gamma(t)$ e $\gamma'(t)$ são ortogonais para todo t então $\|\gamma'(t)\|$ é constante.

Boa prova!