2ª Prova de MAT2351 - Cálculo para Funções de Várias Variáveis I
Licenciatura Matemática T42 - Diurno
1º semestre de 2021 - 22/07/2021
Prof. Wilson Cuellar

Instruções gerais Prova 2

1. **Início: 22/07/2021 às 08:00**

2. **Término: 25/07/2021 às 23:00**

   Não serão consideradas provas entregues fora deste período de tempo!

3. A solução da prova deverá ser feita a lápis ou caneta, escaneada e enviada em um único arquivo em formato **PDF** no intervalo de tempo especificado acima.

4. A legibilidade do conteúdo e integridade do arquivo são de responsabilidade do aluno. Arquivos corrompidos ou ilegíveis não poderão ser substituídos após o envio, sendo atribuída nota 0 (zero) à questão nestes casos

5. Todas as afirmações e cálculos realizados na prova devem ser devidamente justificados. **Não omita nenhuma passagem na sua resolução.**

6. Para esta prova é permitido o uso de calculadoras gráficas, dispositivos portáteis, etc., para conferir seus resultados. Também é permitida a consulta a qualquer material escrito (como cadernos ou livros), desde que estes tenham sido produzidos antes do início da prova.

7. É vedada qualquer comunicação, através de qualquer meio, sobre a prova ou seu conteúdo durante o período compreendido pelos itens 1 e 2 acima.

8. A entrega da prova atesta que o aluno está ciente de todas as instruções aqui indicadas e as cumpriu plenamente. Caso seja constatado o não cumprimento de algum dos itens acima, os alunos envolvidos receberão média final 0 nesta disciplina e o caso encaminhado às comissões de graduação do IME ou IF e de ética da USP.

Justifique todas suas afirmações!

Problema 1. Seja

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^5}{x^4+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

1. Calcule $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ e $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$.
2. f é diferenciável em $(0,0)$?

Problema 2. Considere as seguintes superfícies no $\mathbb{R}^3$

$$S_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, 2x^2+3y^2-z^2 = 25\},$$
$$S_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, x^2+y^2 = z^2\}.$$

1. Encontre a equação do plano tangente à superfície S_1 no ponto $(\sqrt{7},-3,4)$.
2. Seja $\gamma(t)$ uma curva diferenciável com imagem contida na interseção de S_1 e S_2 tal que $\gamma(t_0) = (\sqrt{7},-3,4)$ e $\gamma'(t_0) \neq (0,0,0)$. Encontre a equação da reta tangente a γ no ponto $(\sqrt{7},-3,4)$.

Problema 3. Seja $f(x,y) = \cos x \cos y \operatorname{sen}(x+y)$ em

$$K = [0,\pi/2] \times [0,\pi/2] = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, 0 \leq x \leq \pi/2 \text{ e } 0 \leq y \leq \pi/2\}.$$

1. Determine o valor máximo de f na fronteira de K.
2. Determine o valor máximo e mínimo absolutos de f em K.

Problema 4. Seja

$$M = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, 4y - x = 3,\ x^2+z^2 = 2y\}$$

1. M é compacto?
2. Encontre os pontos de M cuja distância à origem é máxima e mínima.

Problema 5. Determine se as seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas. Justifique sua resposta.

1. Considere a função $f(x,y) = 2x^3 + x^2y + 3xy^2$. Então f satisfaz

$$x^2\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + y^2\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 6f(x,y).$$

2. Seja $f(x,y) = x\cos(x^2-y^2)$. Então para todo $a \in \mathbb{R}$ o plano tangente ao gráfico de f no ponto $(a,a,f(a,a))$ passa pela origem.
3. Seja $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ uma função diferenciável com um único ponto crítico. Se este ponto é de mínimo local de f então ele é ponto de mínimo absoluto de f.

Boa prova!