Revisão prova 2
Mat 2352

Professor: Sylvain Bonnot
Monitor: Raibel Arias

14 de Outubro de 2015

1 Integração dupla e tripla

Questão 1. Calcule[1]

- $\iint_R \sqrt{4-x^2-y^2}dx\ dy$, onde a região de integração é

$$R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0;\ 0 \leq x^2+y^2 \leq 4\}$$

- $\iint_R ye^x dx\ dy$, onde a região de integração é

$$R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x,y \geq 0;\ 0 \leq x^2+y^2 \leq 25\}$$

- $\int_0^1 \int_{3x}^3 \int_0^{\sqrt{9-y^2}} z\ dz\ dy\ dx$ (Desenhe a região de integração).

Questão 2.
- Calcule a integral tripla da função $f(x,y,z) = (x+2y+3z)^2$ numa região em $\mathbb{R}^3$ limitada pelos planos coordenados e o plano $x+y+z=1$.
- Calcule o volume da região $E = \{(x,y,z) \mid x \in [-3,3];\ x^2 \leq y \leq 9;\ z \in [0,4]\}$. Desenhe E

Questão 3. Por integração dupla calcule o volume da esfera centrada em $(0,0,0)$ e raio a.

Questão 4.
- Usando mudança a coordenadas cilíndricas calcule o volume da região compreendida entre o cone $z = \sqrt{x^2+y^2}$ e o plano $z=4$ (Desenhe a região).
- Seja E a região limitada pelo paraboloide $z = 1+x^2+y^2$ e o cilindro $r=\sqrt{5}$. Calcule $\iiint_E e^z\ dx\ dy\ dz$ usando coordenadas cilindricas.
- Usando mudança de coordenadas cilíndricas calcule a integral tripla $\iiint_R x^2 dx\ dy\ dz$ com região de integração em cilíndricas dada por:

$$R' = \{(r,\theta,z) \mid 0 \leq \theta \leq 2\pi;\ 0 \leq r \leq 1;\ 0 \leq z \leq 2r\}$$

[1] Bonus: Calcule $\iiint_R \sqrt{x^2+z^2}dx\ dy\ dz$, onde R é a região limitada pelo paraboloide $y = x^2+z^2$ e o plano $y=4$

Questão 5. Ao integrar a função $z = f(x, y) = 1$ (contínua e positiva) sobre uma região R do plano xy obtemos o volume do cilindro cuja base é R e cuja altura é 1. O calculo da integral $\iint_R dx\ dy$ representa a área da região de integração R. Portanto, temos a seguinte igualdade numérica:

$$\iint_R dx\ dy = \text{área } R$$

.

Pelo dito acima, calcule a área da região $D = \{(r, \theta) \mid -\pi/6 \leq \theta \leq \pi/6; 0 \leq r \leq \cos(3\theta)\}$.

Questão 6. Se a função $z = f(x, y)$ é contínua e não negativa, então a integral dupla $\iint_R f(x, y)dx\ dy$ representa o volume que está embaixo da superfície da gráfica da função $f(x, y)$ sob a região $R \subset \mathbb{R}^2$. Mais ainda, se $g(x, y)$ é outra funcão tal que $g(x, y) \leq f(x, y); \forall(x, y) \in R$, então:

$$\iint_R [f(x, y) - g(x, y)]dx\ dy$$

dâ o volume contido entre a duas superfícies $z = f(x, y)$ e $z = g(x, y)$ sob a região R.

Pelo dito acima, calcule o volume entre a esfera centrada em $(0, 0, 0)$ e raio 1, e o cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

	Questoes	Respostas
Respostas às questões	Q1	$\frac{8\pi}{3}$; $4e^5 - 23/3$; $27/8$
	Q2	$5/12$; 144
	Q3	$\frac{4\pi}{3}a^3$
	Q4	$\frac{64\pi}{3}$; $\pi(e^6 - e - 5)$; $\frac{2\pi}{5}$
	Q5	$\pi/12$
	Q6	$\frac{\pi}{3}(2 - \sqrt{2})$
	Bonus	$\frac{128\pi}{5}$