MAT2453 – CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I

Segunda Prova - 1º semestre de 2017

1. **[3 Pontos]** Deseja-se construir um recipiente cilíndrico reto, de base circular, sem tampa, com capacidade de 24π cm^3, com a utilização de dois tipos de materiais. O custo do material utilizado para a base é de 60 reais o cm^2 e o custo do material utilizado para as laterais de 20 reais o cm^2. Suponha que se despreze a perda de material.

   (a) Como deve ser o recipiente para que o gasto com material seja mínimo? Justifique.

   (b) Responda a pergunta do ítem (a), para o caso em que o raio da base não possa ter menos que 0,4 cm e nem mais que 1,2 cm. Justifique.

2. **[1,5 Pontos]** Determine o limite

$$\lim_{x\to 0}\left(1+\operatorname{sen}(2x)\right)^{\frac{1}{\operatorname{sen} x}}.$$

3. **[1,5 Pontos]** Use o Teorema do Valor Médio para provar a seguinte desigualdade:

$$\left|\ln\frac{a}{b}\right| \leq |a-b|,$$

   para todos $a, b \in \mathbb{R}$, com $a \geq 1$ e $b \geq 1$.

4. **[4 Pontos]** Seja a função

$$f(x)=\frac{x^3+3x-1}{x^3}.$$

   Determine seu domínio e seus intervalos de crescimento/decrescimento, bem como verifique a existência de pontos de máximos/mínimos locais. Determine os seus intervalos de concavidade e verifique a existência de pontos de inflexão. Calcule os limites (com justificativa) necessários para esboçar o gráfico e verifique a existência de assíntotas. Esboce o gráfico de f.

   Determine os valores de $k \in \mathbb{R}$ para que a equação $f(x) = k$, tenha uma única solução. Justifique.