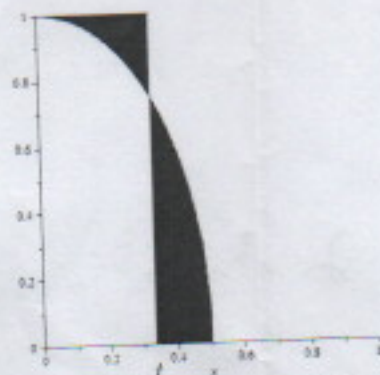


MAT2453 - CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I
Prova Substitutiva - 1º semestre de 2017

1. [2 Pontos] Seja $A(t)$ a área da região do plano (sombreada em azul na figura) compreendida entre a elipse de equação $4x^2 + y^2 = 1$, a reta horizontal $y = 1$ e a reta vertical $x = t$ onde $0 \leq t \leq 1/2$. Se pede calcular os valores máximo e mínimo absolutos de $A(t)$ no intervalo $[0, 1/2]$.



2. [2 Pontos] Calcule os limites

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - x}{4x^3 + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + 2x)^{2/x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \cos x}{x}$$

3. [2 Pontos] Corta-se um pedaço de arame de comprimento L em duas partes; com uma faz-se uma circunferência, e com a outra um quadrado. Em que ponto deve-se cortar o arame para que as duas áreas das superfícies delimitadas pelas duas figuras seja máxima?
4. [2 Pontos] Calcule as seguintes integrais definidas e indefinidas:

$$\int \frac{\cos x}{3 \sin x - 2 \cos^2 x} dx, \quad \int_{\pi^2/16}^{\pi^2/4} \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx.$$

5. [2 Pontos] Se $\int_0^1 f(x) dx = 2$ e $f(1) = 5$, então calcular $\int_0^1 x f'(x) dx$.

$$\sin x = u$$

$$du = \cos x dx$$

$$\cos x$$

$$3 \cos x - 2(1 - \sin^2 x)$$

$$\cos x$$

$$3 \cos x - 2 + 2 \sin^2 x$$

$$(2 \sin^2 x - 1)(\cos x + 2)$$

$$\sin x$$

$$(2 \sin^2 x - 1)(\cos x + 2)$$

$$\frac{L - C}{4}$$

$$L - C$$

$$\left(\frac{L - C}{4} \right)^2 + \frac{C^2}{4\pi} = A$$

$$\frac{L^2 - 2LC + C^2}{16} + \frac{C^2}{4\pi} = A$$

$$\frac{dA}{dC} = \frac{1}{4\pi} \frac{dA}{dC}$$