

1ª prova de Cálculo II - Computação - 2017

1. Seja $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^3}{x^2 + y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

1. f e f' contínua em $(0,0)$?
2. f e f' contínua em $(x,y) \neq (0,0)$?
3. f e f' diferenciável em $(0,0)$?
4. f e f' diferenciável em $(x,y) \neq (0,0)$?

2. Seja $g = f(x,y)$ uma função de classe C^2 em $\mathbb{R}^2$ com

$$\frac{\partial f}{\partial x}(2,5) = 1, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(2,5) = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(2,5) = 2 \text{ e } \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(2,5) = 3.$$

Considere $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(t) = f(t^2+1, 2t+3)$.

Calcule $g''(1)$.

3. Calcule, caso existam, os limites abaixo

1. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{8xy^2 + 7x^2y + x^2 + y^2}{x^2 + y^2}$

2. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3x - y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

4. Achar a equação do plano tangente ao gráfico de $f(x,y) = 3xy$ que seja paralelo ao plano $x + 2y + 3z = 9$

