

MAT3120 – Cálculo III – Bacharelado Noturno

1ª Lista de Exercícios

1) Calcule as seguintes integrais iteradas:

(a) $\int_1^3 \int_0^1 (1 + 4xy) \, dx \, dy$

(b) $\int_2^4 \int_{-1}^1 (x^2 + y^2) \, dy \, dx$

(c) $\int_0^2 \int_0^{\pi/2} x \operatorname{sen} y \, dy \, dx$

(d) $\int_1^4 \int_0^2 (x + \sqrt{y}) \, dx \, dy$

(e) $\int_0^2 \int_0^1 (2x + y)^8 \, dx \, dy$

(f) $\int_0^1 \int_0^2 \frac{x e^x}{y} \, dy \, dx \rightsquigarrow \text{ERRATA: } \int_0^1 \int_1^2 \frac{x e^x}{y} \, dy \, dx$

(g) $\int_1^4 \int_1^2 \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) \, dy \, dx$

(h) $\int_1^2 \int_0^1 (x + y)^{-2} \, dx \, dy$

(i) $\int_0^{\ln 2} \int_0^{\ln 5} e^{2x-y} \, dx \, dy$

(j) $\int_0^1 \int_0^1 \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1}} \, dy \, dx$

2) Calcule as seguintes integrais duplas:

(a) $\iint_R (2y^2 - 3xy^3) \, dx \, dy$ onde $R = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3\}$.

(b) $\iint_R x \operatorname{sen} y \, dx \, dy$ onde $R = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{6}\}$.

(c) $\iint_R \frac{1}{x + y} \, dx \, dy$ onde $R = [1, 2] \times [0, 1]$.

3) Calcule as seguintes integrais iteradas:

(a) $\int_0^1 \int_0^{x^2} (x + 2y) \, dy \, dx$

(b) $\int_1^2 \int_y^2 xy \, dx \, dy$

(c) $\int_0^1 \int_y^{e^y} \sqrt{x} \, dx \, dy$

$$(d) \int_0^1 \int_x^{2-x} (x^2 - y) dy dx$$

$$(e) \int_0^{\pi/2} \int_0^{\cos \theta} e^{\sin \theta} dr d\theta$$

$$(f) \int_0^1 \int_0^v \sqrt{1-v^2} du dv$$

4) Calcule as seguintes integrais duplas:

$$(a) \iint_D xy dx dy \text{ onde } D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq \sqrt{x}\}.$$

$$(b) \iint_D (x^2 - 2xy) dx dy \text{ onde } D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, \sqrt{x} \leq y \leq 2 - x\}.$$

$$(c) \iint_D e^{x/y} dx dy \text{ onde } D = \{(x, y) \mid 1 \leq y \leq 2, y \leq x \leq y^3\}.$$

$$(d) \iint_D x \cos y dx dy \text{ onde } D \text{ é a região limitada por } y = 0, y = x^2 \text{ e } x = 1.$$

$$(e) \iint_D 4y^3 dx dy \text{ onde } D \text{ é a região limitada por } y = x - 6 \text{ e } y^2 = x.$$

$$(f) \iint_D x^2 \operatorname{tg} x + y^3 + 4 dx dy \text{ onde } D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 2\}.$$

$$(g) \iint_D xy dx dy \text{ onde } D \text{ é a região do primeiro quadrante limitada pela circunferência de centro } (0, 0) \text{ e raio } 1.$$

$$(h) \iint_D e^{y-x} dx dy \text{ onde } D \text{ é a região plana limitada por } y - x = 1, y - x = 2, y = 2x \text{ e } y = 3x.$$

5) Determine o volume:

$$(a) \text{ do sólido limitado pela superfície } z = x\sqrt{x^2 + y} \text{ e os planos } x = 0, x = 1, y = 0, y = 1 \text{ e } z = 0;$$

$$(b) \text{ do sólido contido no primeiro octante, limitado por } z = 9 - y^2 \text{ e pelo plano } x = 2.$$

6) Calcule as integrais iteradas

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{x-y}{(x+y)^3} dy dx \quad \text{e} \quad \int_0^1 \int_0^1 \frac{x-y}{(x+y)^3} dx dy .$$

As respostas encontradas contradizem o Teorema de Fubini? Explique.

Todos os exercícios listados se encontram no livro “Cálculo”, Stewart; secção 15.2 e 15.3.