2^a Prova de MAT-3211- Álgebra Linear - 10/11/2020

Nome e NUSP: ____

Obs. 1. A resolução da prova deve ser feita individualmente. 2. Justifique suas respostas.

Questão 1 (2.0) Sejam U_1 e U_2 dois subespaços do espaço vetorial V e considere bases $\mathcal{B}_1 = \{v_1, v_2\}$ e $\mathcal{B}_2 = \{v_3, v_4\}$ de U_1 e U_2, respectivamente. Assuma que $U_1 \cap U_2 = \{0\}$. Mostre que $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ é uma base do subespaço

$$U_1 + U_2 = \{u_1 + u_2 : u_1 \in U_1 \quad \text{e} \quad u_2 \in U_2\}$$

.

2^a Prova de MAT-3211- Álgebra Linear - 10/11/2020

Nome e NUSP: ____

Obs. 1. A resolução da prova deve ser feita individualmente. 2. Justifique suas respostas.

Questão 2 (3.0) Considere o subconjunto

$$S = \{1 + 2t,\ 1 - t + t^2,\ 1 + 5t - t^2,\ t^3 + t^4,\ -1 - 11t + 3t^2\}$$

de $V = \mathbb{R}[t]_4$ e seja W o subespaço de V gerado por S.

(a) Decida se S é l.i.

(b) Encontre uma base $\mathcal{C}$ de W e determine a sua dimensão.

(c) Encontre uma base $\mathcal{B}$ de V contendo o conjunto $\mathcal{C}$.

(d) Determine as coordenadas do polinômio $p(t) = 1 + 2t + 4t^2 - 2t^3 - 2t^4$ na base $\mathcal{B}$.

(e) Qual polinômio $q(t) \in V$ tem coordenadas $(1, 2, 1, -2, -1)$ na base $\mathcal{B}$?

2^a Prova de MAT-3211- Álgebra Linear - 10/11/2020

Nome e NUSP: ____

Obs. 1. A resolução da prova deve ser feita individualmente. 2. Justifique suas respostas.

Questão 3 (2.0) Definir uma transformação linear $T\colon \mathbb{M}_2(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}[t]_3$ tal que Nuc$T$ seja o subespaço

$$\left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} : a, b, c \in \mathbb{R} \right\} \text{ (matrizes simétricas } \ 2 \times 2)$$

de $\mathbb{M}_2(\mathbb{R})$ e ImT contenha um polinômio de grau três.

2^a Prova de MAT-3211- Álgebra Linear - 10/11/2020

Nome e NUSP: ____

Obs. 1. A resolução da prova deve ser feita individualmente. 2. Justifique suas respostas.

Questão 4 (1.5) Seja $T\colon \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ uma transformação linear. Mostre que existem $a, b, c \in \mathbb{R}$ tais que $T(x, y, z) = ax + by + cz$, para todos $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Que generalização você pensaria para esse resultado?

2^a Prova de MAT-3211- Álgebra Linear - 10/11/2020

Nome e NUSP: ____

Obs. 1. A resolução da prova deve ser feita individualmente. 2. Justifique suas respostas.

Questão 5 (1.5) Exiba um subespaço de $\mathbb{R}[t]_6$ que contenha um polinômio de grau 5 e que seja isomorfo a $\mathbb{M}_2(\mathbb{R})$ (descreva explicitamente o isomorfismo e a sua inversa).